

УДК 621.317.77 ИНЖЕНЕРНЫЕ НАУКИ-НАУЧНОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ  
DOI 10.54151/27382559-2021.2a-32

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛА ФАЗОВОГО СДВИГА СИНУСОИДАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ

Мамиконян Б. М., Мамиконян Х. Б.

Изложена методика теоретического исследования погрешности измерения угла фазового сдвига синусоидальных сигналов микроконтроллером. Получена математическая модель, позволяющая определять предел допускаемой погрешности измерения в зависимости от параметров сигнала и микроконтроллера.

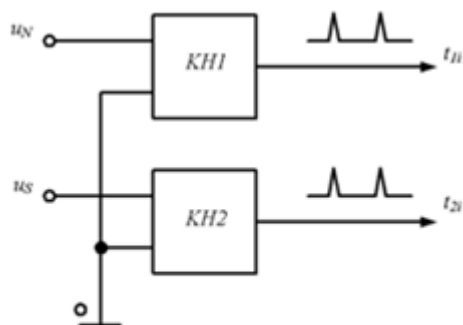
**Ключевые слова:** синусоидальный сигнал, угол фазового сдвига, измерение, погрешность измерения, микроконтроллер, напряжение смещения нуля, погрешность квантования.

**Введение.** В приборостроении широко применяется фазовый метод измерения параметров электрических цепей переменным током, при котором измеряемая величина в измерительной цепи (ИЦ) преобразуется в угол фазового сдвига  $\varphi$  между двумя синусоидальными сигналами одинаковой частоты  $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ ,

$$u_N = U_{Nm} \sin \omega t, \quad u_S = U_{Sm} \sin (\omega t - \varphi). \quad (1)$$

Преимуществом подобного преобразования является упрощение сопряжения ИЦ с микроконтроллером (МК), который управляет процессом измерения, измеряет значения угла  $\varphi$  и по заданным алгоритмам определяет параметры электрических цепей [1]. В случае применения наиболее распространенного амплитудного метода для сопряжения ИЦ с МК требуется промежуточное преобразование выходных сигналов ИЦ в среднеквадратические значения. В результате усложняется схема измерителя и возникают погрешности, вызываемые дополнительными преобразованиями [2, 3].

**Методика исследования.** Для измерения угла  $\varphi$  сигналы с выхода ИЦ подаются непосредственно (или через буферы) на аналоговые входы МК, имеющего в своем составе два входных компаратора напряжений КН1



**Рисунок 1.**

и КН2 (рис. 1). Срабатывание компараторов происходит в нулевой точке синусоидальных сигналов: в эти моменты времени  $t_{1i}$  и  $t_{2i}$  на выходах КН получаются короткие сигналы прерывания. По сигналу прерывания от КН1 запускается счетчик внутри МК, и начинается счет от тактового генератора; по прерыванию от срабатывания КН2 счетчик останавливается. В

результате угол  $\varphi$  преобразуется в интервал времени  $\tau$ . В идеальном случае интервал времени  $\tau$  между моментами  $t_{1i}$  и  $t_{2i}$  пропорционален

углу  $\varphi$ :  $t_{2i} - t_{1i} = \tau = \frac{T}{2\pi} \varphi = \frac{\varphi}{\omega}$ , откуда

$$\varphi = \omega \tau. \quad (2)$$

Точность определения угла  $\varphi$  по формуле (2) зависит от погрешности  $\Delta \tau_1$  формирования временного интервала  $\tau$  и погрешности  $\Delta \tau_2$  квантования  $\tau$ :

$$\Delta \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \Delta \tau = \omega (\Delta \tau_1 + \Delta \tau_2) = \Delta \varphi_1 + \Delta \varphi_2. \quad (3)$$

Так как переключение компараторов происходит в линейной области характеристики усиления операционного усилителя (ОУ) при переходах напряжений  $u_N$  и  $u_S$  через нуль, то время переключения зависит как от скорости изменения входных напряжений, так и от напряжения смещения нуля компараторов. Поэтому погрешность  $\Delta \tau_1$  можно практически полностью исключить соответствующим увеличением амплитуд напряжений  $u_N$  и  $u_S$ , от которых зависит скорость их изменения. Всегда можно настроить ИЦ так, чтобы обеспечилось условие  $U_{Nm} \approx U_{Sm} = U_m$  (для этого проще входное напряжение с меньшей амплитудой подавать на вход МК не через буфер, а через неинвертирующий усилитель с соответствующим коэффициентом

усиления). Представим эти напряжения в общем виде  $u = U_m \sin \omega t$ , скорость их изменения будет

$$V = du/dt = \omega U_m \cos \omega t.$$

При переходах напряжений  $u_N$  и  $u_S$  через нуль  $\cos \omega t = 1$  и  $V_{\max} = \omega U_m$ . Если напряжение смещения нуля компараторов равно  $\Delta U_0$ , то за время одного периода тактового генератора МК  $T_0 = 1/f_0$  приращение входного напряжения должно быть как минимум в  $\alpha = 5 \dots 10$  раз больше  $\Delta U_0$ . Это необходимо, чтобы длительность фронтов сигнала временного интервала  $\tau$  была меньше или равна периоду тактовых импульсов во избежание потерь тактовых импульсов в течение фронтов начала и конца сигнала  $\tau$ . Это условие запишется в виде:

$$\omega U_m T_0 \geq \alpha \cdot \Delta U_0. \quad (4)$$

Для минимального значения  $U_m$  получим:

$$(U_m)_{\min} = \alpha f_0 \cdot \Delta U_0 / \omega. \quad (5)$$

Оценим значения  $U_m$  в зависимости от частоты  $f$  генератора питания ИЦ. В нашей разработке использован МК типа PIC32MX695F512H, с целью повышения точности тактового сигнала которого в устройстве предусмотрен внешний кварцевый резонатор с частотой 8 МГц. В МК эта частота умножается на 10, получается 80 МГц, на которой работают МК, ядро, счетчики и все периферийные устройства. Применение меньших тактовых частот нецелесообразно: при этом увеличивается погрешность квантования  $\Delta \tau_2$  в (3). В компараторах используются наиболее прецизионные ОУ, имеющие сверхмалые напряжения смещения, не превышающие  $\Delta U_0 = (0,005 \dots 0,125)$  мВ (при 25°С) [4]. Поэтому при исследованиях можно ориентироваться на значение  $\Delta U_0$  порядка  $\Delta U_0 \approx 0,1$  мВ. Для этих значений  $f_0$ ,  $\Delta U_0$  и при  $\alpha = 5$  вычисленные по формуле (5) значения  $(U_m)_{\min}$  получаются чрезмерно большими, особенно при низких частотах  $f$ , в результате чего ниже частот  $f = 2500$  Гц использовать в разработке низковольтную электронную аппаратуру становится практически невозможным. Исходя из этого, вместо идеального условия (4), при котором полностью исключается погрешность  $\Delta \tau_1$ , более реально нормировать эту погрешность некоторым приемлемым для практики значением, поэтому необходимо установить зависимость погрешности  $\Delta \varphi_1$  от  $\Delta U_0$  и  $U_m$ .

**Результаты исследования.** Поскольку в реальности КН имеют напряжения смещения нуля  $\Delta U_{01}$  и  $\Delta U_{02}$ , то моменты времени  $t_{1i}$  и  $t_{2i}$  получаются не в точках  $u = 0$ , а в точках  $u_N = \Delta U_{01}$  и  $u_S = \Delta U_{02}$  соответственно (рис. 2). Поэтому интервал времени  $\tau$  получается с некоторой погрешностью. Если  $\Delta U_{01} = \Delta U_{02}$ , то эту погрешность практически можно не учитывать. Однако в общем случае  $\Delta U_{01} \neq \Delta U_{02}$ , поэтому для моментов времени  $t_{1i}^*$  и  $t_{2i}^*$  выходных сигналов КН можно написать:

$$\Delta U_{01} = U_{Nm} \sin \omega t_{1i}^*, \quad \Delta U_{02} = U_{Sm} \sin \omega t_{2i}^*. \quad (6)$$

Для напряжений  $u_N$  и  $u_S$  моменты  $t_{1i}$  и  $t_{2i}$  соответствуют значению  $\sin \omega t = 0$ , поэтому формулы (6) для общего случая можно представить в виде:

$$\Delta U_{01} = U_{Nm} \sin \omega t_{1i}^* - U_{Nm} \sin \omega t_{1i} = U_{Nm} (\sin \omega t_{1i}^* - \sin \omega t_{1i});$$

$$\Delta U_{02} = U_{Sm} \sin \omega t_{2i}^* - U_{Sm} \sin \omega t_{2i} = U_{Sm} (\sin \omega t_{2i}^* - \sin \omega t_{2i}),$$

а из-за малости углов синусы можно заменить их аргументами:

$$\Delta U_{01} = \omega U_{Nm} (t_{1i}^* - t_{1i}), \quad \Delta U_{02} = \omega U_{Sm} (t_{2i}^* - t_{2i}).$$

Следовательно,

$$\omega (t_{2i}^* - t_{2i}) - \omega (t_{1i}^* - t_{1i}) = \frac{\Delta U_{02}}{U_{Sm}} - \frac{\Delta U_{01}}{U_{Nm}},$$

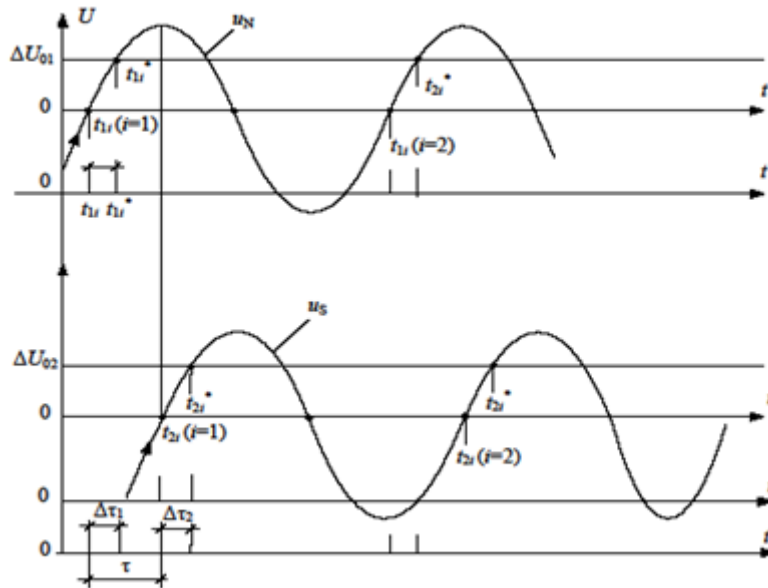
$$\omega \tau^* - \omega \tau = \frac{\Delta U_{20}}{U_{Sm}} - \frac{\Delta U_{10}}{U_{Nm}}, \quad \varphi^* - \varphi = \Delta \varphi_1 = \frac{\Delta U_{02}}{U_{Sm}} - \frac{\Delta U_{01}}{U_{Nm}}.$$

Если настроить ИЦ так, чтобы обеспечилось условие  $U_{Nm} \approx U_{Sm} = U_m$ , получим

$$\Delta \varphi_1 = (\Delta U_{02} - \Delta U_{01}) / U_m. \quad (7)$$

Полученное выражение (7) позволяет выбрать необходимое значение  $U_m$ . В наихудшем случае, когда  $\Delta U_{01} = -\Delta U_{02}$ , получаем  $\Delta \varphi_1 = 2\Delta U_0 / U_m$ , откуда

$$U_m \geq 2\Delta U_0 / \Delta \varphi_1.$$



**Рисунок 2.**

Например, если  $\Delta U_0 = 0,1 \text{ мВ}$ ,  $\Delta \varphi_1 = 10^{-4}$ , получаем  $U_m = 2,0 \text{ В}$ . Однако необходимо учесть, что напряжения  $\Delta U_{01}$  и  $\Delta U_{02}$  являются независимыми друг от друга случайными величинами, поэтому при их сложении в (7) нужно учесть их дисперсии или среднеквадратические отклонения ( $\sigma$ ). Известно, что случайные погрешности, независимо от закона их распределения, могут быть нормированы значением  $2\sigma$  с доверительной вероятностью 0,9 [5]. Значит, можно практически принять, что для двух КН  $\sigma_{10} = \sigma_{20} = \sigma_0$ , а нормированные значения их напряжений смещения нуля будут  $\Delta U_0 = 2\sigma_0$ . Следовательно, выражение (7) можно представить через среднеквадратическое отклонение разности напряжений смещения  $\Delta U_{02} - \Delta U_{01}$ :

$$\sigma [\Delta U_{02} - \Delta U_{01}] = \sqrt{\sigma^2 [\Delta U_{02}] + \sigma^2 [\Delta U_{01}]} = \sqrt{2(\sigma_0)^2} \approx 1,41\sigma_0 = \frac{1,41}{2} \Delta U_0.$$

С той же доверительной вероятностью 0,9 можно принять, что

$$(\Delta U_{02} - \Delta U_{01}) = 2\sigma [\Delta U_{02} - \Delta U_{01}] = 2 \cdot \frac{1,41}{2} \cdot \Delta U_0 = 1,41 \Delta U_0.$$

Следовательно, выражение (7) примет вид  $\Delta \varphi_1 = 1,41 \cdot \Delta U_0 / U_m$ , а соответствующая относительная погрешность

$$\gamma_1(\varphi) = \frac{\Delta \varphi_1}{\varphi} = \frac{1,41 \cdot \Delta U_0}{\varphi U_m}. \quad (8)$$

Таким образом, для разных предельных значений измеряемого угла  $\varphi$  и выбранного значения  $U_m$  можно вычислить с помощью выражения (8) предельное значение погрешности  $\gamma_1(\varphi)$  или же при нормированном значении  $\gamma_1(\varphi)$  определить необходимое значение амплитуды  $U_m \geq 1,41 \cdot \Delta U_0 / \varphi \cdot \gamma_1(\varphi)$ .

Временной интервал  $\tau$  измеряется в МК путем его заполнения импульсами образцовой частоты  $f_0$  тактового генератора. Число квантующих импульсов, поступающих на цифровой счетчик за время  $\tau$  будет  $N_x = f_0 \tau$ . Частота  $f_0$  стабилизируется кварцевым резонатором с высокой точностью, а  $\Delta N_x = \pm 1$ , поэтому в выражении (3) погрешности  $\Delta \tau_2$  и  $\Delta \varphi_2$  будут определяться как

$$\Delta \tau_2 = \frac{\partial \tau}{\partial N_x} \cdot \Delta N_x = \frac{1}{f_0} \cdot \Delta N_x = \pm \frac{1}{f_0}, \quad \Delta \varphi_2 = \frac{\omega}{f_0},$$

а соответствующая относительная погрешность

$$\gamma_2(\varphi) = \frac{\omega}{\varphi f_0} = \frac{2\pi f}{\varphi f_0}. \quad (9)$$

Видно, что погрешность квантования  $\gamma_2(\varphi)$  прямо пропорциональна частоте  $f$  входных сигналов и уменьшается с увеличением частоты  $f_0$  тактового генератора МК. С уменьшением угла  $\varphi$  погрешность  $\gamma_2(\varphi)$  также пропорционально увеличивается.

При суммировании погрешностей  $\gamma_1(\varphi)$  и  $\gamma_2(\varphi)$  необходимо учесть, что они случайны и некоррелированы, при этом  $\gamma_1(\varphi)$  подчиняется нормальному распределению, а  $\gamma_2(\varphi)$  - равномерному. Поэтому их сумму с доверительной вероятностью 0,9 будем определять по формуле [5]:

$$\gamma(\varphi) = \sqrt{\gamma_1^2(\varphi) + \gamma_2^2(\varphi)} = \frac{1}{\varphi} \sqrt{\left(\frac{1,41 \cdot \Delta U_0}{U_m}\right)^2 + \left(\frac{2\pi f}{f_0}\right)^2}. \quad (10)$$

Выражение (10) позволяет определять при любых значениях параметров сигнала и МК предел допускаемой основной относительной погрешности измерения угла  $\varphi$  с доверительной вероятностью 0,9. Анализ формулы (10) показывает, что на низких частотах  $f$  входного сигнала в суммарной погрешности  $\gamma(\varphi)$  определяющей является

составляющая  $\gamma_1(\varphi)$ , а на высоких частотах - составляющая  $\gamma_2(\varphi)$ . На частотах  $f = 1,0$  кГц и выше изменения амплитуды  $U_m$  входных сигналов в допустимых пределах практически не влияет на точность измерения, так как определяющей становится погрешность квантования.

**Закключение.** Полученные математические модели определения погрешностей измерения угла фазового сдвига  $\varphi$  позволяют выбрать значения входящих в них параметров, при которых будет обеспечена требуемая точность измерения. Показано, что в диапазоне измерения  $\varphi = 5 \dots 90^\circ$  предел допускаемой основной относительной погрешности измерения с доверительной вероятностью 0,9 не будет превышать 0,12% до частоты входных сигналов  $f = 1000$  Гц, если напряжение смещения нуля входных компараторов МК не более  $\Delta U_0 = 0,1$  мВ, частота тактового генератора не менее  $f_0 = 80$  МГц, амплитуда входных сигналов не менее  $U_m = 2,0$  В.

**ՄԻՆՈՒՍՈՒԴԱՅԻՆ ԱԶԴԱՆՇԱՆՆԵՐԻ ՓՈՒԼԱՅԻՆ ՇԵՂՄԱՆ ԱՆԿՅԱՆ  
ՉԱՓՄԱՆ ՄԻԱԼԱՆՔԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ  
Մամիկոնյան Բ. Մ., Մամիկոնյան Խ. Բ.**

Շարադրված է սինուսիդային ազդանշանների փուլային շեղման անկյան միկրոկոնտրոլերով չափման սխալանքի տեսական հետազոտության մեթոդակարգ: Ստացվել է մաթեմատիկական մոդել, որը թույլ է տալիս որոշել չափման թույլատրելի սխալանքի սահմանը՝ կախված ազդանշանի և միկրոկոնտրոլերի պարամետրերից:

**Բանալի բառեր.** սինուսիդային ազդանշան, փուլային շեղման անկյուն, չափում, չափման սխալանք, միկրոկոնտրոլեր, գրոյի շեղման լարում, քվանտացման սխալանք:

**RESEARCH OF THE ERROR OF MEASUREMENT OF THE ANGLE OF THE  
PHASE SHIFT OF SINUSOIDAL SIGNALS  
Mamikonyan B. M., Mamikonyan Kh. B.**

The paper touches upon the technique of theoretical study of the error in measuring the phase shift angle of sinusoidal signals by a microcontroller. A mathematical model has been obtained that makes it possible to determine the

limit of the acceptable measurement error, depending on the parameters of the signal and the microcontroller.

**Keywords:** sinusoidal signal, phase shift angle, measurement, measurement error, microcontroller, zero offset voltage, quantization error.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Мамиконян Б. М. Измерение параметров пассивных электрических двухполюсников фазовым методом // Вестник НПУА: Электротехника, энергетика. 2017. №1. С. 67-76.
2. Рудик А. В., Возняк А. Н. Высокочастотный амплитудно-фазовый метод измерения влагосодержания сыпучих веществ // Сборник трудов международного симпозиума “Наука и предпринимательство”. Винница-Львов. 1998. С. 311-314.
3. US Patent № 6703847. G01R 27/26. Determining the Dielectric Properties of Wood / Venter L., Viljoen J. 2004.
4. Руководство по выбору компонентов для аналоговых схем // Texas Instruments 1Q. // [http://www.mt-system.ru/sites/default/files/docs/analog\\_from\\_ti.pdf](http://www.mt-system.ru/sites/default/files/docs/analog_from_ti.pdf). 2011. 140 с. (16.09.2021)
5. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. Л. Энергоатомиздат. 1985. 248 с.

### Сведения об авторах

**Мамиконян Б. М.** - доктор технических наук, профессор  
Гюмрийский филиал Национального политехнического университета Армении,  
Завкафедрой Электроэнергетики, информационных и автоматизированных систем  
Эл. почта: [bomam@yandex.ru](mailto:bomam@yandex.ru)

**Мамиконян Х. Б.** - кандидат технических наук, доцент  
Гюмрийский филиал Национального политехнического университета Армении  
Эл. почта: [khoren.mamikonyan@gmail.com](mailto:khoren.mamikonyan@gmail.com)

Поступила в редакцию 11.09.2021

Прошла рецензию 03.11.2021