ՇԻՐԱԿԻ Մ. ՆԱԼԲԱՆԴՅԱՆԻ ԱՆՎԱՆ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ
ШИРАКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М. НАЛБАНДЯНА
M. NALBANDYAN STATE UNIVERSITY OF SHIRAK
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ SCIENTIFIC PROCEEDINGS

Պրակ Բ
Выпуск Б
Issue B

2020 **№ 1**

ՀՏԴ 372.853

ԴԱՍԱՎԱՆԴՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻԿԱ

ԴԻՐԻԽԼԵԻ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՍԿԶԲՈՒՆՔԻ ՈՐՈՇ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Մանուկյան Վ. Ֆ., Նիկողոսյան Գ. Ս.

Աշխատանքը նվիրված է ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացում գրեթե չդիտարկվող Դիրիխլեի ֆիզիկական սկզբունքի հնարավոր կիրառությունների վերհանմանը: Աշխատանքում հակիրճ նշված է Դիրիխլեի ֆիզիկական սկզբունքի էության մասին, որից հետո քննարկված են ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացում դիտարկվող տարբեր ոչ տիպային խնդիրներ, որոնց լուծման համար առաջարկված են Դիրիխլեի սկզբունքից բխող նոր մոտեցումներ:

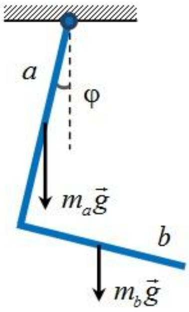
Բանալի բառեր. ֆիզիկա, Դիրիխլե, սկզբունք, պոտենցիալ էներգիա, մինիմում, խնդիր:

1. Նախաբան: Դիրիխլեի ֆիզիկական սկզբունքի մասին: Ինչպես հայտնի է, եթե մեխանիկական համակարգում գործում են միայն կոնսերվատիվ ուժեր, ապա նրա պոտենցիալ էներգիայի մինիմումի վիճակը հանդիսանում է կայուն հավասարակշռության վիճակ: Այլ կերպ ասած, մեխանիկական համակարգը ձգտում է նվազագույն պոտենցիալ էներգիայով վիճակի: Ասվածն արտահայտում է պոտենցիալ էներգիայի մինիմումի, կամ որ նույնն է՝ Դիրիխլեի ֆիզիկական սկզբունքը [1, 19]: Պարզվում է, որ վերջինս կարելի է կիրառել ստատիկայի որոշ խնդիրների լուծման համար: Դիրիխլեի սկզբունքի իրավացիությանը կարելի է հեշտորեն համոզվել՝ կատարելով հակասող ենթադրություն: Իրոք, ենթադրենք, թե համակարգը կարող է պոտենցիալ էներգիայի մինիմումով վիճակից շարժվել և հետևաբար ձեռք բերել կինետիկ էներգիա: Արդյունքում կմեծանան մեխանիկական համակարգի և՛ կինետիկ, և՛ պոտենցիալ էներգիաները, ուրեմն կաճի նաև լրիվ մեխանիկական էներգիան: Վերջինս հնարավոր չէ, քանի որ միայն պոտենցիալային ուժերով փոխազդող մարմինների համակարգի լրիվ մեխանիկական էներգիան պահպանվում է: Ստացված հակասությունը վկայում է այն մասին, որ մեր սկզբնական ենթադրությունը սխալ էր, և համակարգը ինքնակամ չի կարող դուրս գալ պոտենցիալ էներգիայի մինիմումի վիճակից: Այսպիսով, վերջինս կայուն հավասարակշռության վիճակ է:

2. Սկզբունքի կիրառման օրինակներ: Այժմ դիտարկենք ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացում հանդիպող մի քանի ոչ տիպային խնդիրներ, որոնց լուծման ժամանակ կկիրառենք առաջարկվող Դիրիխլեի ֆիզիկական սկզբունքը:

Ստորև քննարկենք մի խնդիր, որը Օ. Յա. Սավչենկոյի խմբագրած հայտնի խնդրագրքի համապատասխան խնդրի ընդհանրացումն է [2, 94]:

Խնդիր 1: Ծանր ձողը ծռում են 90^0 անկյան տակ և ազատ կախում են մի ծայրից (նկ. 1): Ձողի վերին և ստորին մասերի երկարությունները համապատասխանաբար a և b են: Ուղղաձիգի հետ ի՞նչ φ անկյուն կկազմի ձողի վերին մասը:



Նկ.1

Լուծում: Եթե ձողի միավոր երկարության զանգվածը (գծային խտություն) նշանակենք λ-ով, իսկ պոտենցիալ էներգիայի զրոյական մակարդակն ընտրենք կախման կետով անցնող հորիզոնականը (նկ.1), ապա ձողի ծանրության ուժով պայմանավորված պոտենցիալ էներգիան կորոշվի հետևյալ բանաձևով.

$$W = -\lambda ag\frac{a}{2}\cos\varphi - \lambda bg\left(a\cos\varphi + \frac{b}{2}\sin\varphi\right):$$

Համաձայն պոտենցիալ էներգիայի մինիմումի կամ Դիրիխլեի սկզբունքի՝ ձողի կայուն հավասարակշռության վիճակում նրա պոտենցիալ էներգիան պետք է ընդունի նվազագույն արժեք: Արդյունքում խնդիրը բերվում է φ անկյան այն արժեքի որոշմանը, որի դեպքում

$$f(\varphi) = -a(a+2b)\cos\varphi - b^2\sin\varphi$$

ֆունկցիան ընդունում է նվազագույն արժեք: Օժանդակ անկյան ներմուծմամբ $f(\varphi)$ եռանկյունաչափական ֆունկցիայի նվազագույն արժեքի որոշումը հանրահաշվի դպրոցական դասընթացից հայտնի ստանդարտ գործընթաց է [3, 171], որի արդյունքում ստացվում է հետևյալ արտահայտությունը՝

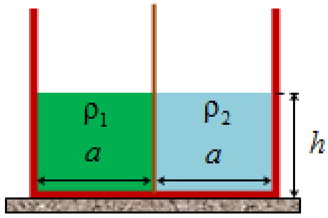
$$tg\varphi = \frac{b^2}{a(a+2b)}:$$

Անշուշտ, այս խնդիրը կարելի է լուծել նաև ստատիկայի ավանդական մեթոդներով: Օրինակ՝ կարելի է, հաշվի առնելով ձողի մասերի վրա ազդող ծանրության ուժերը, գրել մոմենտների կանոնը կախման կետով անցնող և գծագրի հարթությանն ուղղահայաց առանցքի նկատմամբ՝

$$m_a g \frac{a}{2}\sin\varphi = m_b g\left(\frac{b}{2}\cos\varphi - a\sin\varphi\right),$$

որտեղ m_a-ն և m_b-ն համապատասխանաբար ձողի a և b մասերի զանգվածներն են (նկ.1): Այնուհետև, հաշվի առնելով, որ $m_a = a\lambda;\ m_b = b\lambda,$ և կատարելով տարրական մաթեմատիկական ձևափոխություններ՝ որոնելի անկյան համար կարելի է ստանալ նույն արտահայտությունը:

Խնդիր 2: $2a$ երկարությամբ անոթը շարժական միջնորմի օգնությամբ բաժանված է երկու հավասար մասերի: Սկզբում միջնորմն ամրացնում են և անոթի երկու մասերը լցնում են h հավասար բարձրությամբ ρ_1 և ρ_2 $(\rho_2 > \rho_1)$ խտություններով հեղուկներ (նկ. 2): Ի՞նչ x չափով կտեղափոխվի միջնորմը այն բաց թողնելուց հետո: Շփումն անտեսել: Համարել, որ պրոցեսի ընթացքում հեղուկները անոթից չեն թափվում, և միջնորմը չի թեքվում [հեղինակային]:

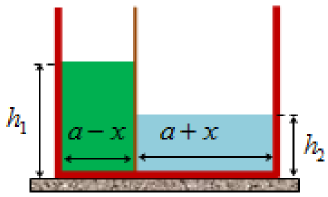


Նկ.2

Լուծում: Համաձայն Դիրիխլեի սկզբունքի՝ հավասարակշռության վիճակում միջնորմը կգրավի այնպիսի դիրք, որ հեղուկների համակարգի պոտենցիալ էներգիան ընդունի նվազագույն արժեք: Զրոյական մակարդակն ընտրելով անոթի հատակով անցնող հորիզոնականը՝ հեղուկների գումարային պոտենցիալ էներգիան կլինի՝

$$W = \frac{m_1 g h_1}{2} + \frac{m_2 g h_2}{2},$$

որտեղ m_1 - ը և m_2 - ը ρ_1 և ρ_2 խտություններով հեղուկների զանգվածներն են, իսկ h_1 - ն ու h_2 - ը՝ դրանց բարձրությունները (նկ. 3):



Նկ.3

Հաշվի առնելով, որ

$$h_1(a-x)=ha,\ h_2(a+x)=ha,$$

պոտենցիալ էներգիայի համար ստանում ենք.

$$W=\frac{g}{2}h^2a^2l\left(\frac{\rho_1}{a-x}+\frac{\rho_2}{a+x}\right),$$

որտեղ l - ը անոթի լայնությունն է:

Համակարգի պոտենցիալ էներգիան x-ից կախված ֆունկցիա է, և նվազագույն արժեքի դեպքում նրա ածանցյալը ըստ x-ի պետք է հավասար լինի զրոյի՝

$$\left(\frac{\rho_1}{a-x}+\frac{\rho_2}{a+x}\right)'=0:$$

Վերը գրվածից միջնորմի որոնելի տեղափոխության համար ստանում ենք.

$$x=\frac{a\left(\sqrt{\rho_2}-\sqrt{\rho_1}\right)}{\sqrt{\rho_2}+\sqrt{\rho_1}}:$$

Այս և նմանատիպ խնդիրները սովորաբար լուծում են «ուժային» եղանակով՝ մխոցի հավասարակշռության դիրքում պահանջելով հեղուկների գործադրած ճնշման ուժերի հավասարությունը: Այս դեպքում վերջինս գրվում է հետևյալ պարզ տեսքով՝

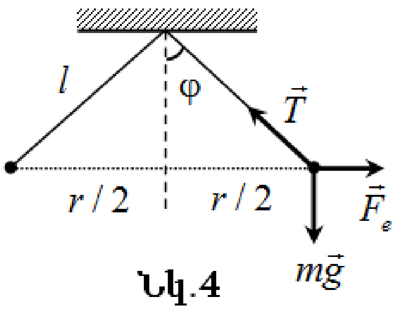
$$\frac{\rho_1 g h_1}{2}lh_1=\frac{\rho_2 g h_2}{2}lh_2:$$

Այնուհետև, հաշվի առնելով $h_1(a-x)=ha,\ h_2(a+x)=ha,$ պայմանները ու կատարելով ոչ բարդ մաթեմատիկական ձևափոխություններ, կարելի է որոշել մխոցի x տեղաշարժը:

Հարկ է նշել, որ խնդիր 2-ը 10-րդ դասարանում կարելի է լուծել միայն ավանդական «ուժային» մեթոդով: Ընդհանրացնող կրկնությունների ընթացքում, երբ սովորողները մաթեմատիկայի դասընթացից արդեն ծանոթ են ածանցյալի գաղափարին, հնարավոր է դառնում քննարկել դիտարկված խնդրի Դիրիխլեի սկզբունքի կիրառմամբ մեր ներկայացրած առաջին լուծումը: Այն օգտակար է ոչ միայն մոտեցման ինքնատիպության առումով, այլև միջառարկայական կապերի դրսևորման և զարգացման տեսակետից: Բացի այդ, դասավանդման փորձը վկայում է այն մասին, որ չնայած այս դեպքում լուծման ավանդական եղանակի ռացիոնալությանը, սովորողներից շատերը նման մոտեցման դեպքում կատարում են կոպիտ սխալ և ճնշման ուժերի հավասարության փոխարեն դիտարկում են ճնշումների հավասարությունը:

Խնդիր 3: Երկու միատեսակ գնդիկներ օդում կախված են $l=0.2$ մ երկարությամբ միատեսակ բարակ թելերից, որոնք ամրացված են մեկ կետում: Գնդիկներից յուրաքանչյուրին $q=4\cdot10^{-6}$ Կլ լիցք հաղորդելուց հետո նրանք իրարից հեռացան: Որոշել յուրաքանչյուր գնդիկի զանգվածը, եթե հավասարակշռության վիճակում թելերը կազմում են $2\varphi=60^0$ անկյուն [4, 114]:

Լուծում: Եթե պոտենցիալ էներգիայի զրոյական մակարդակն ընտրենք թելերի կախման կետով անցնող հորիզոնականը, ապա գնդիկների համակարգի ծանրության ուժով պայմանավորված պոտենցիալ էներգիան կորոշվի $W_g=-2mgl\cos\varphi$ բանաձևով (նկ. 4): Լիցքավորված գնդիկների էլեկտրաստատիկ փոխազդեցությամբ պայմանավորված պոտենցիալ էներգիայի համար ունենք $W_e=kq^2/r$ բանաձևը, որտեղ r-ը գնդիկների կենտրոնների հեռավորությունն է՝ $r=2l\sin\varphi$ (նկ.4): Այսպիսով, համակարգի լրիվ պոտենցիալ էներգիայի համար ստանում ենք հետևյալ արտահայտությունը.



Նկ.4

$$W=-2mgl\cos\varphi+k\frac{q^2}{r}:$$

Համաձայն Դիրիխլեի սկզբունքի՝ համակարգի կայուն հավասարակշռության վիճակում նրա պոտենցիալ էներգիան պետք է ընդունի նվազագույն արժեք: Վերջինս կբավարարվի, եթե պոտենցիալ էներգիայի ածանցյալն ըստ φ անկյան հավասար լինի զրոյի՝

$$\left(-2mgl\cos\varphi+k\frac{q^2}{r}\right)'=0,$$

որտեղից էլ ստանում ենք՝

$$\frac{\sin^3\varphi}{\cos\varphi}=\frac{kq^2}{4l^2mg}:$$

Վերջին արտահայտությունից էլ կարելի է որոշել գնդիկների զանգվածը՝

$$m = \frac{kq^2 \cos\varphi}{4l^2 g \sin^3 \varphi} = 0,63 \text{ կգ:}$$

Ինչպես տեսանք, խնդիրը լուծվեց առանց հավասարակշռության վիճակի ուժային վերլուծության: Այս խնդիրը, իհարկե, ավանդաբար լուծում են սովորական «ուժային» մեթոդով: Նման մոտեցման ժամանակ պատկերում են գնդիկներից մեկի վրա ազդող բոլոր ուժերը (նկ. 4) և գրում հավասարակշռության պայմանը վեկտորական տեսքով.

$$\vec{T} + m\vec{g} + \vec{F}_e = 0,$$

որտեղ $\vec{T}$-ն թելի լարման ուժն է, $m\vec{g}$-ն՝ ծանրության ուժը, իսկ $\vec{F}_e$-ն՝ մյուս գնդիկի կողմից դիտարկվող գնդիկի վրա ազդող կուլոնյան վանողության ուժը: Այնուհետև վերջինս պրոյեկտում են հորիզոնական և ուղղաձիգ առանցքների վրա և ստացված

$$T \sin\varphi = k\frac{q^2}{r^2}, \quad T \cos\varphi = mg,$$

հավասարությունների հարաբերման ու մաթեմատիկական տարրական ձևափոխությունների արդյունքում որոշում գնդիկների որոնելի զանգվածը:

3. Եզրակացություն: Ամփոփելով կարող ենք արձանագրել, որ առաջարկվող մոտեցումը հնարավորություն է ընձեռում ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացում դիտարկվող ստատիկայի բաժնի տարբեր ոչ տիպային խնդիրների լուծման ժամանակ կիրառել նոր մոտեցում՝ խուսափելով հայտնի ուժային եղանակի կիրառումից, որն էլ աշխատանքի բուն գիտամեթոդական նորույթն է: Ըստ էության, Դիրիխլեի ֆիզիկական սկզբունքն իր ձևակերպման և էության պարզությամբ հանդերձ, բավական արդյունավետ «գործիք» կարող է հանդիսանալ աշակերտների համար ֆիզիկական տարբեր խնդիրների լուծման ժամանակ:

Կարծում ենք՝ աշխատանքը կհետաքրքրի ինչպես աշակերտներին, այնպես էլ ֆիզիկայով հետաքրքրվողներին, ինչպես նաև կնպաստի սովորողների տրամաբանական ու ստեղծագործական մտածողության զարգացմանը և, առհասարակ, ուսուցման արդյունավետության բարձրացմանը:

О НЕКОТОРЫХ ПРИМЕНЕНИЯХ ФИЗИЧЕСКОГО ПРИНЦИПА ДИРИХЛЕ

Манукян В. Ф., Никогосян Г. С.

Работа посвящена выявлению возможных применений физического принципа Дирихле, который в школьном курсе физики почти не рассматривается. В работе кратко изложена суть физического принципа Дирихле, а также обсуждены разные не типовые задачи школьного курса физики, при решении которых предложен новый подход, основанный на применении этого принципа.

Ключевые слова: физика, Дирихле, принцип, потенциальная энергия, минимум, задача.

ABOUT SOME APPLICATIONS OF PHYSICAL PRINCIPLE OF DIRICHLET

Manukyan V. F., Nikoghosyan G. S.

The paper is devoted to identifying possible applications of the Dirichlet physical principle, which is almost not considered in the school physics course. The paper briefly describes the essence of the Dirichlet physical principle, and also discusses various non-typical tasks of the school physics course, for the solution of which a new approach is proposed based on the application of this principle.

Keywords: physics, Dirichlet, principle, potential energy, minimum, task.

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Успенский В. А. Некоторые приложения механики к математике. Москва. Гос. изд. физ-мат лит. 1958. 50 с.
2. Վորոբյով Ի. Ի., Զուբկով Պ. Ի., Կուտուզովա Գ. Ա., Սավչենկո Օ. Յա., Տրուբաչյով Ա. Մ., Խարիտոնով Վ. Գ. Ֆիզիկայի խնդիրներ: Ուսումնական ձեռնարկ/ Օ. Յա. Սավչենկոյի խմբագրությամբ/: Եր.: «Տիգրան Մեծ»: 2008. 528 էջ:
3. Գևորգյան Գ. Գ., Սահակյան Ա. Ա. Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր: Ավագ դպրոցի 10-րդ

դասարանի դասագիրք (բնագիտամաթեմատիկական հոսքի համար).-Եր.: «Տիգրան Մեծ»: 2009: 208 էջ:
4. Հովհաննիսյան Ռ., Շարխատունյան Հ., Սարգսյան Է. Ֆիզիկայի խնդիրների և հարցերի ժողովածու: Եր.: «Լույս»: 2004. 231 էջ:

Տեղեկություններ հեղինակների մասին
Մանուկյան Վ. Ֆ. *- ֆիզմաթ գիտությունների թեկնածու, դոցենտ*
Շիրակի պետական համալսարան
Էլ. փոստ՝ mvardan_1972@mail.ru

Նիկողոսյան Գ. Ս.- *ֆիզմաթ գիտությունների թեկնածու, ուսուցիչ*
Երևանի «Քվանտ» վարժարան
Շիրակի պետական համալսարան
Էլ.փոստ՝ gagonik@mail.ru

Տրվել է խմբագրություն 24.09.2019