ՇԻՐԱԿԻ Մ. ՆԱԼԲԱՆԴՅԱՆԻ ԱՆՎԱՆ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ
ШИРАКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М. НАЛБАНДЯНА
M. NALBANDYAN STATE UNIVERSITY OF SHIRAK
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ SCIENTIFIC PROCEEDINGS

Պրակ Բ
Выпуск Б
Issue B

2020 № 1

ՀՏԴ 519:37

ԴԱՍԱՎԱՆԴՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻԿԱ

MATHEMATICA ՓԱԹԵԹԸ ՈՐՊԵՍ ԾՐԱԳՐԱՎՈՐՄԱՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐ՝ ՎԵՐՋԱՎՈՐ ԷԼԵՄԵՆՏՆԵՐԻ ՄԵԹՈԴԻ ԿԻՐԱՌՄԱՆ ՕՐԻՆԱԿՈՎ

Սարգսյան Ա. Հ., Սարգսյան Ն. Հ.

Աշխատանքում ներկայացվում է երկու հենակների վրա դրված հեծանի ծռման խնդրի վերջավոր էլեմենտների մեթոդով լուծման ալգորիթմը: Այնուհետև նկարագրված ալգորիթմի հիման վրա կազմված է հաշվարկային ծրագիր Mathematica միջավարում: Այն թույլ է տալիս լուծել հեծանի ծռման խնդիրը կամայական ինտեգրելի ֆունկցիայով բաշխված բեռի ազդեցության դեպքում: Կոնկրետ հաշվումներն իրականացված են պարաբոլական օրենքով բաշխման դեպքի համար, կատարված է համեմատություն ճշգրիտ լուծման հետ, ապահովված է գաֆիկական վիզուալացում: Աշխատանքը մեթոդական հետաքրքրություն է ներկայացնում և կարող է կիրառվել Mathematica փաթեթի դասավանդման ժամանակ:

Բանալի բառեր. Wolfram Mathematica, հաշվարկային ծրագիր, վերջավոր էլեմենտների մեթոդ, հեծանի ծռում:

1. Ներածություն: Ներկայումս լայն տարածում ունեցող համակարգչային մաթեմատիկական փաթեթներից առաջատար է Wolfram Research ընկերության Mathematica-ն: Mathematica միջավայրը հարուստ ՝ մաթեմատտիկայի տարբեր ուղղությունների հետ կապված ստանդարտ ֆունկցիաներով, օպերատորներով, սակայն միաժամանակ այն կիրառվում է որպես բարձրակարգ ծրագրավորման միջավայր [1-6]:

Սովորական և մասնական ածանցյալներով դիֆերենցիալ հավասարումների լուծման մոտավոր մեթոդներից առավել տարածվածներն են վերջավոր տարբերությունների (ցանցերի) և վերջավոր էլեմենտների մեթոդները: Առկա են մի շարք աշխատություններ, որոնք ներկայացնում են մեթոդի հիմունքները, նրա կիրառությունները: Նյութերի դիմադրության խնդիրները վերջավոր էլեմենտների մեթոդով դիտարկվում են [7-9] աշխատանքներում: Կան աշխատանքներ, որոնք վերաբերում են խնդիրների լուծման համար գոյություն ունեցող ծրագրային փաթեթներին՝ ANSIS, COSMOS, КАСКАД, СПРИНТ, MathCad և այլն [10,11]:

Սույն աշխատանքում դիտարկվում է երկու հենակների վրա դրված հեծանի ծռման խնդիրը որոշակի ինտեգրելի ֆունկցիայով տրված օրենքով բաշխված բեռի ազդեցությամբ: Ներկայացվում է վերջավոր էլեմենտների մեթոդով խնդրի լուծման ընդհանուր ալգորիթմը, կազմվում է հաշվարկային ծրագիր Mathematica փաթեթում՝ կիրառելով վերջինիս ընձեռած լայն հնարավորությունները: Ծրագրի արդյունքում նախ ելքագրտում են տեղափոխություններն ու պտույտները հանգուցային կետերում, ապա՝ այդ աղյուսակային տվյալների ինտերպոլացմամբ ստացվում է տեղափոխության մոտարկված ֆունկցիան: Կազմված ծրագիրը թույլ է տալիս լուծելու կամայական ինտեգրելի ֆունկցիայով տրվող օրենքով բաշխված բեռի ազդեցության դեպքը, սակայն կոնկրետ լուծման համար դիտարկվում է պարաբոլական օրենքով բաշխման դեպքը: Կառուցվում են ճշգրիտ և վերջավոր էլեմենտների մեթոդով լուծումների տեղափոխությունների ֆունկցիաները միևնույն համակարգում: Համեմատման արդյունքում ցուցադրվում է վերջավոր էլեմենտների մեթոդով լուծման բարձր արդյունավետությունը:

Ծրագիրը մեծ հետաքրքրություն է ներկայացնում նաև Mathematica փաթեթի դասավանդման գործընթացում, քանի որ վերջինս Mathematica փաթեթը որպես բարձրակարգ ծրագրավորման միջավայր ներկայացնելու յուրահատուկ միջոց է:

2. Երկու հենակների վրա դրված և որոշակի օրենքով բաշխված բեռի ազդեցությամբ հեծանի ծռման խնդրի դրվածքը: Դիտարկենք երկու հենարանների վրա դրված ℓ երկարությամբ հեծանը $q(x)$ ինտեգրելի ֆունկցիայով բաշխված բեռի ազդեցության տակ (նկ. 1):

Նյութերի դիմադրությունից հայտնի է [7]

$$EJy'' = -M_x, \tag{1}$$

որտեղ $y(x)$-ը հեծանի կետերի տեղափոխությունն է, իսկ M_x-ը ծռման մոմենտն է: (1) դիֆերենցիալ հավասարմանը հարկավոր է կցել հետևյալ եզրային պայմանները՝

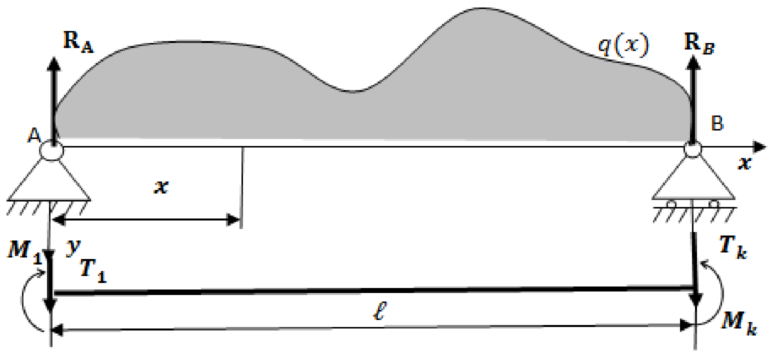
$$y(0) = 0, \ y(\ell) = 0 \tag{2}$$

Կոնկրետ օրինակով դիտարկենք պարաբոլական օրենքով բաշխման դեպքը: Ենթադրենք տեղի ունի.

$$q(x) = \frac{4q_0}{\ell} x \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \tag{3}$$

Այս դեպքում ունենք $M_x = \frac{q_0\ell}{3} x - \frac{q_0 x^3 (2\ell - x)}{3\ell^2}$ և խնդրի լուծումը կլինի [7]՝

$$y = \frac{q_0 x}{EJ}\left(\frac{\ell^3}{30} - \frac{\ell x^2}{18} + \frac{x^4}{30\ell} - \frac{x^5}{90\ell^2}\right) \tag{4}$$



Նկ.1

3. Վերջավոր էլեմենտների մեթոդով խնդրի լուծման ալգորիթմը: Հաշվարկային ծրագիրը Mathematica միջավայրում: Նշենք, որ Mathematica միջավայրում առկա են սովորական և մասնական ածանցյալներով դիֆերենցիալ հավասարումների լուծման օպերատորներ՝ DSolve, NDSolve, մի քանի ձևաչափերով [3]: Մասնավորաբար, մեր քննարկած դեպքում խնդիրը կարելի է լուծել ճշգրիտ DSolve օպերատորի կիրառմամբ՝

$$\mathrm{DSolve}[\{\mathrm{E1}Jy''[x] == -\frac{\mathrm{q0}L}{3}x - \frac{\mathrm{q0}x^3(2L - x)}{3L^2}, y[0] == 0, y[L] = \\ = 0\}, y[x], x]$$

Արդյունքում կստանանք՝ $\{\{y[x] \to \frac{\mathrm{q0}(7L^5x - 5L^3x^3 - 3Lx^5 + x^6)}{90\mathrm{E1}JL^2}\}\}$:

Խնդիրը կարելի է լուծել նաև NDSolve օպերատորի կիրառմամբ, ընդ որում՝ այս օպերատորը թույլ է տալիս նշել, թե ինչ մեթոդով ենք ցանկանում լուծել, օրինակ ցանցերի, վերջավոր էլեմենտների և այլն: Այս դեպքում անհրաժեշտ է, որ մասնակցող պարամետրերը թվային արժեքներ ստանան՝

$$\mathrm{E1} = 1; J = 1; L = 1; \mathrm{q0} = 1; \mathrm{NDSolve}[\{\mathrm{E1}Jy''[x] = \\ = -\frac{\mathrm{q0}L}{3}x - \frac{\mathrm{q0}x^3(2L - x)}{3L^2},$$

$y[0] == 0, y[L] == 0\}, y[x], \{x, 0, L\}$, Method $\to$ {"PDEDiscretization" $\to$

{"MethodOfLines", "SpatialDiscretization" → {"FiniteElement"}}}]

Արդյունքն արտածվում է IterpolatingFunction տերմիններով, որի համար կարելի է կառուցել գրաֆիկ, հաշվել արժեքը որոշակի կետում և այլն:

Սակայն այս աշխատանքում մենք նպատակ ունենք ներկայացնելու վերոնշյալ խնդրի վերջավոր էլեմենտների մեթոդով լուծման ընդհանուր ալգորիթմը և այդ ալգորիթմի հիման վրա կազմել հաշվարկայանի ծրագիր՝ կիրառելով Mathematica-ն որպես բարձրակարգ ծրագավորման միջավայր:

Վերջավոր էլեմենտների մեթոդով խնդրի լուծման ալգորիթմը ներկայացնենք հետևյալ կերպ: Ենթադրենք ℓ երկարությամբ հեծանը տոհվել է k էլեմենտների

$$A(0,0) = A_1,\ A_2\left(\frac{\ell}{k},0\right), \dots, A_k\left(\frac{(k-1)\ell}{k},0\right) \text{ և } A_{k+1} = B(\ell,0) \tag{5}$$

կետերով, որոնք կոչվում են հանգույցներ: Հանգույցներում $\{P\}$ ուժային և $\{\delta\}$ տեղափոխության մատրիցները նշանակենք՝

$$\{P\} = \{T_1, M_1, T_2, M_2, \dots, T_{k+1}, M_{k+1}\} \tag{6}$$

$$\{\delta\} = \{\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \dots, \delta_{2(k+1)}\} = \{y_1, \theta_1, y_2, \theta_2, \dots, y_{k+1}, \theta_{k+1}\} \tag{7}$$

որտեղ y_k-երը հանգույցներում տեղափոխություններն են, իսկ θ_k-երը՝ պտույտները:

Առաձգական ձողի $y = y(x)$ տեղափոխությունը $[0,\ell]$ միջակայքում փնտրվում է $2k+1$ աստիճանի բազմանդամի տեսքով, որն ընդգրկում է $2k+2$ գործակից՝ հանգույցներում $y_1, \theta_1, y_2, \theta_2, \dots, y_{k+1}, \theta_{k+1}$ $2k+2$ անհայտներին համապատասխան.

$$y = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \dots + \alpha_{2k+2} x^{2k+1} \tag{8}$$

Այդ դեպքում պտտման θ անկյունները կնկարագրվեն հետևյալ հավասարմամբ.

$$\theta = 0 + \alpha_2 + 2\alpha_3 x + 3\alpha_4 x^2 + \dots + (2k+1)\alpha_{2k+2} x^{2k} \tag{9}$$

(8),(9) հավասարումների համակարգը կարելի է ներկայացնել մատրիցային տեսքով.

$$\begin{Bmatrix} y \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & \dots & x^{2k+1} \\ 0 & 1 & 2x & \dots & (2k+1)x^{2k} \end{bmatrix} \{\alpha\}^T \tag{10}$$

Տեղադրելով $A_1, A_2, \dots, A_k$ և A_{k+1} հանգուցային կետերի կորդինատները (10)-ի մեջ՝ հեծանի վերջավոր էլեմենտի համար կունենանք

$$\{\delta\} = [A]\{\alpha\}^T \tag{11}$$

որտեղ

$$\{\alpha\} = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \dots, \alpha_{2k+2}\} \tag{12}$$

բազմանդամի գործակիցներից կազմված մատրիցան է, իսկ

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & \dots & 0\\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0\\ 1 & \frac{\ell}{k} & \left(\frac{\ell}{k}\right)^2 & \dots & \left(\frac{\ell}{k}\right)^{2k+1}\\ 0 & 1 & 2\left(\frac{\ell}{k}\right) & \dots & (2k+1)\left(\frac{\ell}{k}\right)^{2k}\\ . & . & . & . & .\\ 1 & \left(i\frac{\ell}{k}\right) & \left(i\frac{\ell}{k}\right)^2 & \dots & \left(i\frac{\ell}{k}\right)^{2k+1}\\ 0 & 1 & 2\left(i\frac{\ell}{k}\right) & \dots & (2k+1)\left(i\frac{\ell}{k}\right)^{2k}\\ . & . & . & . & .\\ 1 & \ell & \ell^2 & \dots & \ell^{2k+1}\\ 0 & 1 & 2\ell & \dots & (2k+1)\ell^{2k}\end{bmatrix} \qquad (13)$$

(11) հավասարումների համակարգի մատրիցան է, որի լուծումն է՝

$$\{\alpha\} = [A]^{-1}\{\delta\}, \qquad (14)$$

որտեղ $[A]^{-1}$-ը $[A]$ մատրիցի հակադարձ մատրիցն է, ընդ որում $[A]$ մատրիցը վերասերվող մատրից է:

Հեծանի հավասարակշռության վիճակը բնութագրվում է հետևյալ հավասարմամբ [7]՝

$$\{P\}^T = [K]\{\delta\}^T, \qquad (15)$$

որտեղ $[K]$-ն կոշտության մատրիցն է: Իմանալով կոշտության մատրիցը՝ կարելի է որոշել տեղափոխություններն ու պտույտները, երբ հայտնի են հանգույցներում լարումներն ու մոմենտները: Կոշտության ամբողջական մատրիցը k էլեմենտի դեպքում որոշվում է հետևյալ կերպ՝

$$[K] = [\ddot{K}]^1 + [\ddot{K}]^2 + \dots + [\ddot{K}]^k, \qquad (16)$$

որտեղ

$$EJ\begin{bmatrix}\frac{12}{(\ell/k)^3} & \frac{6}{(\ell/k)^2} & \frac{-12}{(\ell/k)^3} & \frac{6}{(\ell/k)^2} & 0 & \dots & 0\\ \frac{6}{(\ell/k)^2} & \frac{4}{(\ell/k)} & \frac{-6}{(\ell/k)^2} & \frac{2}{(\ell/k)} & 0 & \dots & 0\\ \frac{-12}{(\ell/k)^3} & \frac{-6}{(\ell/k)^2} & \frac{12}{(\ell/k)^3} & \frac{-6}{(\ell/k)^2} & 0 & \dots & 0\\ \frac{6}{(\ell/k)^2} & \frac{2}{(\ell/k)} & \frac{-6}{(\ell/k)^2} & \frac{4}{(\ell/k)} & 0 & \dots & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix} = [\ddot{K}]^1,$$

$$
EJ\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0\\
0 & 0 & \frac{12}{(\ell/k)^3} & \frac{6}{(\ell/k)^2} & \frac{-12}{(\ell/k)^3} & \frac{6}{(\ell/k)^2} & 0 & \dots & 0\\
0 & 0 & \frac{6}{(\ell/k)^2} & \frac{4}{(\ell/k)} & \frac{-6}{(\ell/k)^2} & \frac{2}{(\ell/k)} & 0 & \dots & 0\\
0 & 0 & \frac{-12}{(\ell/k)^3} & \frac{-6}{(\ell/k)^2} & \frac{12}{(\ell/k)^3} & \frac{-6}{(\ell/k)^2} & 0 & \dots & 0\\
0 & 0 & \frac{6}{(\ell/k)^2} & \frac{2}{(\ell/k)} & \frac{-6}{(\ell/k)^2} & \frac{4}{(\ell/k)} & 0 & \dots & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0\\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix} = [\ddot{K}]^2,
$$

$$\dots$$

$$
EJ\begin{bmatrix}
0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\
0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & \dots & 0 & \frac{12}{(\ell/k)^3} & \frac{6}{(\ell/k)^2} & \frac{-12}{(\ell/k)^3} & \frac{6}{(\ell/k)^2}\\
0 & \dots & 0 & \frac{6}{(\ell/k)^2} & \frac{4}{(\ell/k)} & \frac{-6}{(\ell/k)^2} & \frac{2}{(\ell/k)}\\
0 & \dots & 0 & \frac{-12}{(\ell/k)^3} & \frac{-6}{(\ell/k)^2} & \frac{12}{(\ell/k)^3} & \frac{-6}{(\ell/k)^2}\\
0 & \dots & 0 & \frac{6}{(\ell/k)^2} & \frac{2}{(\ell/k)} & \frac{-6}{(\ell/k)^2} & \frac{4}{(\ell/k)}
\end{bmatrix} = [\ddot{K}]^k:
$$

Ընդ որում, $[\ddot{K}]^s (s = 1,2,\dots,k)$-ը կոշտության տեսակավորված մատրիցներն են, որոնք $2(k+1)$-չափանի քառակուսային մատրիցներ են:

Ճիգերն ու մոմենտները հանգույցներում կորոշվեն հետևյալ կերպ՝

$$T_1 = \int_0^\ell q(x)N_1(x)\,dx + \mathrm{R}_A, \qquad M_1 = \int_0^\ell q(x)N_2(x)\,dx,$$

$$T_i = \int_0^\ell q(x+(i-1)\ell)N_1(x)\,dx + \int_0^\ell q(x+(i-2)\ell)N_3(x)\,dx,$$

$$M_i = \int_0^\ell q(x+(i-1)\ell)N_2(x)\,dx + \int_0^\ell q(x+(i-2)\ell)N_4(x)\,dx,$$

$$T_k = \int_0^\ell q\left(x+(k-1)\frac{\ell}{k}\right)N_3(x)\,dx + \mathrm{R}_B,$$

$$M_k = \int_0^{\ell} q\left(x + (k-1)\frac{\ell}{k}\right) N_4(x)\, dx\,,\ i = 2, \dots, k-1: \tag{17}$$

որտեղ N_1, N_2, N_3, N_4 Էրմիտի բազմանդամներն են [7], որոնք որոշվում են հետևյալ բանաձևերով.

$$N_1(x) = 1 - \frac{3}{\ell^2}x^2 + \frac{2}{\ell^3}x^3,\ \ N_2(x) = x - \frac{2}{\ell}x^2 + \frac{1}{\ell^2}x^3$$

$$N_3(x) = \frac{3}{\ell^2}x^2 - \frac{2}{\ell^3}x^3,\ \ N_4(x) = -\frac{1}{\ell}x^2 + \frac{1}{\ell^2}x^3:$$

Վերը նկարագրված ալգորիթմի հիման վրա կազմենք հաշվարկային ծրագիրը Mathematica միջավայրում՝ կիրառելով նրա ընձեռած լայն հնարավորությունները.

$k = 4; l = L/k\,; q[\mathrm{x\_}] = \dfrac{4\mathrm{q0}}{L} x(1 - \dfrac{x}{L});\ \mathrm{x1} = \dfrac{\int_0^L q[x] x\, dx}{\int_0^L q[x]\, dx};$

$\mathrm{RA} = -\dfrac{\mathrm{x1}}{L}\displaystyle\int_0^L q[x]\, dx\,; \mathrm{RB} = -\dfrac{(L - \mathrm{x1})}{L}\displaystyle\int_0^L q[x]\, dx\,;$

$N_1[\mathrm{x\_}] = 1 - \dfrac{3}{l^2}x^2 + \dfrac{2}{l^3}x^3; N_2[\mathrm{x\_}] = x - \dfrac{2}{l}x^2 + \dfrac{1}{l^2}x^3;$

$N_3[\mathrm{x\_}] = \dfrac{3}{l^2}x^2 - \dfrac{2}{l^3}x^3; N_4[\mathrm{x\_}] = -\dfrac{1}{l}x^2 + \dfrac{1}{l^2}x^3;$

$\mathrm{Do}[b[m,n,i] = 0, \{m, 1{,}2(k+1)\}, \{n, 1{,}2(k+1)\}, \{i, 1, k\}];$

$\mathrm{K1}$
$= \{\{12{,}6l, -12{,}6l\}, \{6l, 4l^2, -6l, 2l^2\}, \{-12, -6l, 12, -6l\}, \{6l, 2l^2, -6l, 4l^2\}\};$

$\mathrm{Do}[b[m,n,i] = \mathrm{K1}[[m - 2(i-1), n - 2(i-1)]], \{m, 1 + 2(i-1), 4 + 2(i$
$\quad - 1)\}, \{n, 1 + 2(i-1), 4 + 2(i-1)\}, \{i, 1, k\}];$

$\mathrm{Do}[K[i] = \mathrm{Table}[b[m,n,i], \{m, 1{,}2(k+1)\}, \{n, 1{,}2(k+1)\}], \{i, 1, k\}]; \mathrm{Kn}$
$\quad = \mathrm{Sum}[K[i], \{i, 1, k\}]; \delta = \mathrm{Table}[a[i], \{i, 1{,}2(k+1)\}];$

$\mathrm{Do}[S[2i-1] = \displaystyle\int_0^l q[x + (i-1)l] N_1[x]\, dx + \int_0^l q[x + (i-2)l] N_3[x]\, dx\,;$

$S[2i] = \displaystyle\int_0^l q[x + (i-1)l] N_2[x]\, dx + \int_0^l q[x + (i-2)l] N_4[x]\, dx\,, \{i, 2, k\}];$

$S[1] = \displaystyle\int_0^l q[x] N_1[x]\, dx + \mathrm{RA}; S[2] = \int_0^l q[x] N_2[x]\, dx\,;$

$S[2(k+1) - 1] = \displaystyle\int_0^l q\,[x + (k-1)l] N_3[x]\, dx + \mathrm{RB};$

$S[2(k+1)] = \displaystyle\int_0^l q\,[x + (k-1)l] N_4[x]\, dx\,;$

$P = \mathrm{Table}[S[i], \{i, 1{,}2(k+1)\}]; a[1] = 0; a[2(k+1) - 1] = 0;$

$\text{Solve}[\text{Table}[\frac{\text{E1}J}{l^3}\text{Sum}[\text{Kn}[[i,j]]\delta[[j]],\{j,1,2(k+1)\}]==P[[i]],$
$\{i,\text{Union}[\text{Range}[2,2(k+1)-2],\{2(k+1)\}]\}],$
$\text{Table}[\delta[[j]],\{j,\text{Union}[\text{Range}[2,2(k+1)-2],\{2(k+1)\}]\}]]$

Այստեղ k-ն էլեմենտների քանակն է, որը մուտքային տվյալ է: Մուտքագրվում է նաև $q(x)$ ֆունկցիան:

Ծրագրի գործարկման արդյունքում արտածվում են տեղափոխությունների և պտույտների արժեքները հանգուցային կետերում.

$$\{\{a[2]\to\frac{L^3\text{q0}}{30\text{E1}J},a[3]\to\frac{307L^4\text{q0}}{40960\text{E1}J},a[4]\to\frac{361L^3\text{q0}}{15360\text{E1}J},a[5]\to\frac{61L^4\text{q0}}{5760\text{E1}J},$$
$$a[6]\to 0,a[7]\to\frac{307L^4\text{q0}}{40960\text{E1}J},a[8]\to-\frac{361L^3\text{q0}}{15360\text{E1}J},a[10]\to-\frac{L^3\text{q0}}{30\text{E1}J}\}\}$$

Ծրագիրը կոնկրետ գործարկված է բեռի բաշխման (3) օրենքի դեպքում: Կարելի է առանձնացնել տեղափոխության մաքսիմալ արժեքը, երբ k-ն զույգ է՝ $a[k+1]/.\% \Rightarrow \left\{\frac{61L^4\text{q0}}{5760\text{E1}J}\right\}$:

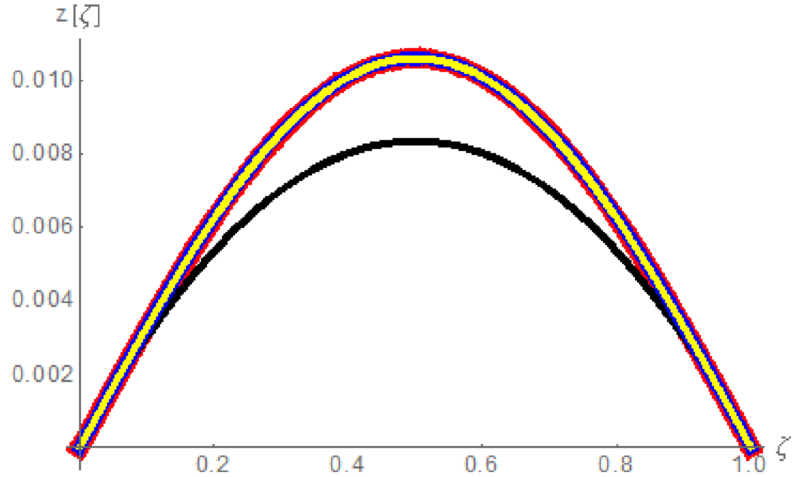
Ստացված աղյուսակային տվյալների հիման վրա կարելի է ստանալ $y(x)$ ֆունկցիան ըստ (8) կամ դրան համարժեք (10) բանաձևերի:

$\text{Do}[\alpha[1,j]=0;\alpha[2,j]=0,\{j,1,2(k+1)\}];\ \alpha[1,1]=1;\alpha[2,2]=1;$
$\text{Do}\left[\alpha[2i+1,j]=(il)^{j-1},\{i,1,k\},\{j,1,2(k+1)\}\right];$
$\text{Do}\left[\alpha[2i,j]=(j-1)\left((i-1)l\right)^{j-2},\{i,2,k+1\},\{j,1,2(k+1)\}\right];$
$A=\text{Table}[\alpha[i,j],\{i,1,2(k+1)\},\{j,1,2(k+1)\}];$
$\alpha=\text{Dot}[\text{Inverse}[A],\delta];y[\text{x\_}]=\text{Dot}[\alpha,\text{Table}[x^i,\{i,0,2k+1\}]]/.\%$
$\{\frac{L^3\text{q0}x}{30\text{E1}J}-\frac{L\text{q0}x^3}{18\text{E1}J}+\frac{\text{q0}x^5}{30\text{E1}JL}-\frac{\text{q0}x^6}{90\text{E1}JL^2}\}$

Կարող ենք ներմուծել $\zeta=\frac{x}{l}$ անչափ փոփոխականը և $z[\zeta]=y[\zeta]\frac{EJ}{q_0l^4}$ ֆունկցիան և արտածել լուծման գրաֆիկը ճշգրիտ լուծման հետ մեկտեղ:

$\text{Show}[\text{Plot}[\{\zeta(\frac{1}{30}-\frac{\zeta^2}{18}+\frac{\zeta^4}{30}-\frac{\zeta^5}{90}),\text{z1}[\zeta],\text{z2}[\zeta],\text{z4}[\zeta]\},\{\zeta,0,1\},\text{PlotStyle}$
$\to\{\{\text{Red},\text{Thickness}[0.03]\},\{\text{Black},\text{Thickness}[0.01]\},\{\text{Blue},\text{Thickness}[0.02]\},$
$\{\text{Yellow},\text{Thickness}[0.01]\}\},\text{AxesLabel}\to\{\zeta,\text{"z[}\zeta\text{]"}\}],\text{TextStyle}\to\{\text{Black},20\}]$

Նկ. 2-ում կարմիր գույնով պատկերված է ճշգրիտ լուծումը, սև գույնը համապատասխանում է k=1, կապույտը՝ k=2, իսկ դեղինը՝ k=4 դեպքերին: Տեսնում ենք, թե ինչպես է մեթոդը ապահովում բարձր ճշտություն, արդեն 2 էլեմենտով լուծման պարագայում ֆունկցիաների գրաֆիկները համընկնում են: Իսկ ծրագրում կիրառվել են Mathematica միջավայրի մի շարք հնարավորություններ՝ ցիկլային գործողություններ, ինտեգրալների հաշվում, աղյուսակների կազմում, բազմությունների միավորում, ֆունկցիայի վերագրում, աղյուսակային տվյալների ինտերպոլացում, գրաֆիկական վիզուալացում և այլն:



Նկ. 2

4. Եզրակացություն: Այս աշխատանքը նպատակ ուներ ինչպես ևս մեկ անգամ հաստատելու վերջավոր էլեմենտների մեթոդի արդյունավետությունը, այնպես էլ կիրառելու Mathematica միջավայրը որպես բարձրակարգ ծրագրավորման միջավայր: Դիտարկվել է պարաբոլական օրենքով բաշխված բեռի ազդեցությամբ 2 հենարանների վրա գտնվող հեծանի ծռման խնդիրը: Ներկայացված է վերջավոր էլեմենտների մեթոդով լուծուման ալգորիթմը և դրա հիման վրա կազմված է հաշվարկային ծրագիր: Համեմատվել են տեղափոխություններին համապատասխան ֆունկցիաների գրաֆիկները: Mathematica միջավայրը հարուստ է դիֆերենցիալ հավասարումների լուծման ստանդարտ օպերատորներով: Միաժամանակ, օգտվելով ընձեռված լայն հնարավորություններից, կարելի է կազմել հաշվարկային ծրագրեր՝ դիտելով Mathematica-ն որպես բարձրակարգ ծրագրավորման միջավայր: Արդյունքները կարող են կիրառվել Mathematica փաթեթի դասավանդման ժամանակ, քանի որ ծրագիրը թույլ է տալիս դիտարկելու Mathematica փաթեթի մի շարք հնարավորություններ:

ПАКЕТ MATHEMATICA КАК СРЕДА ПРОГРАММИРОВАНИЯ ПО ПРИМЕРУ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Саргсян А. А., Саргсян Н. А.

В работе представлен алгоритм решения задачи изгиба балки, размещенной на двух опорах, методом конечных элементов. Затем на основе описанного алгоритма в среде Mathematica получена вычислительная программа. Это позволяет решить проблему изгиба балки под воздействием нагрузки, распределенной с произвольной интегрируемой функцией. Конкретные расчеты сделаны для случая распределения по параболическому закону, проведено сравнение с точным решением, предоставлена графическая визуализация. Работа представляет методологический интерес и может быть использована при обучении пакета Mathematica.

Ключевые слова: Wolfram Mathematica, расчетная программа, метод конечных элементов, изгиб балки.

MATHEMATICA PACKAGE AS A PROGRAMMING AREA BY THE EXAMPLE OF USING FINITE ELEMENT METHOD

Sargsyan A. H., Sargsyan N. H.

In this paper algorithm of solving the bending beams problem placed on two supports by using the finite element method is presented. Then, on the basis of described algorithm, the calculation program in the Mathematica is obtained. This allows to solve the beam bending problem under the influence of load distributed with an arbitrary integrable function. Specific calculations for the case of distribution according to parabolic law were made, comparison with the exact solution was made, and graphic visualization was provided. The work is methodological interest and can be used in the training of the Mathematica package.

Keywords: Wolfram Mathematica, calculation programm, finite element method, beam bending.

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Половко А.М. Mathematica для студента. Санкт- Петербург. БХВ-Петербург. 2007. 368 с.
2. Дьяконов В. П. Mathematica 516.7 Полное руководство. Москва. ДМК Пресс. 2010. 624 с.

3. https://www.wolfram.com/
4. Սարգսյան Ա. Հ., Ալեքսանյան Վ. Ա. ***n*** համասեռ մասերից բաղկացած ձողի ջերմային դաշտի խնդիրը: Հաշվարկային ծրագիրը Mathematica միջավայրում:// ԳՊՄԻ-ի «Գիտական տեղեկագիր»: N1 պրակ Ա: 2015: էջ 42-56:
5. Սարգսյան Ա. Հ., Սարգսյան Ն. Հ. Աստիճանային շարքերի կիրառումը որոշյալ և անիսկական ինտեգրալների հաշվման համար: Հաշվարկային ծրագրերը Mathematica միջավայրում:// ԳՊՄԻ-ի «Գիտական տեղեկագիր»: 2015: N 1, պրակ Բ: էջ 128-136:
6. Մելքոնյան Գ. Մ., Սարգսյան Ա. Հ. Էլիպտական տիպի դիֆերենցիալ հավասարումների լուծումը վերջավոր տարբերությունների մեթոդով՝ ըստ պարզ իտերացիայի տարբերական սխեմայի: Հաշվարկային ծրագերը Mathematica միջավայրում: // ՇՊՀ-ի գիտական տեղեկագիր: 2019: N 2: Բ պրակ: էջ 490-505:
7. Крылов О. В. Метод конечных элементов и его применение в инженерних расчетах. М.: Радио и связь. 2002. 104 с.
8. Самогин Ю. Н., Хроматов В. Е., Чирков В. П. Метод конечных элементов в здачах сопротивления материалов. М.: Издатльская фирма “Физико-математическая литература”. 2012. 201 с.
9. Котович А. В., Станкевич И. В. Решение задач теории упругости методом конечных элементов. Учеб. пособие. Изд.-во МГТУ им. Н. Э. Баумана. М.: 2012. 112 с.
10. Макаров Е. Г. Сопротивление материалов с использованием вычислительных комплексов. В двух книгах. Книга 1. Основной курс. Москва: «Высшая школа». 2009. 409 с.
11. Макаров Е. Г. Сопротивление материалов с использованием вычислительных комплексов. В двух книгах. Книга 2. Решение задач в MathCad: учебное пособие для ВУЗов. Москва: «Высшая школа». 2010. 406 с.

Տեղեկություններ հեղինակների մասին

Սարգսյան Ա. Հ. *– ֆիզմաթ գիտությունների թեկնածու, դոցենտ*
Շիրակի պետական համալսարան
Էլ.փոստ՝ armenuhis@mail.ru

Սարգսյան Ն. Հ. *– ուսուցչուհի*
Գյումրու «Ֆոտոն» վարժարան
Էլ.փոստ՝ armenuhis@mail.ru

Տրվել է խմբագրություն 05.05.2020