ՇԻՐԱԿԻ Մ. ՆԱԼԲԱՆԴՅԱՆԻ ԱՆՎԱՆ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ
ШИРАКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М. НАЛБАНДЯНА
M. NALBANDYAN STATE UNIVERSITY OF SHIRAK
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ SCIENTIFIC PROCEEDINGS

Պրակ Բ
Выпуск Б
Issue B

2019 № 2

ՀՏԴ 372.851, 372.853 ԴԱՍԱՎԱՆԴՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻԿԱ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԵՎ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՈՐՈՇ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԷՎՐԻՍՏԻԿ ԼՈՒԾՈՒՄՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Նիկողոսյան Գ. Ս., Սերոբյան Ե. Ս., Մկրտչյան Գ. Հ., Խալիֆյան Լ. Ա.

Աշխատանքը նվիրված է մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացում էվրիստիկ մեթոդների հնարավոր կիրառությունների վերհանմանը: Նախապես համառոտակի նշված է էվրիստիկ մեթոդի էության մասին, որից հետո քննարկված են մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացում հանդիպող տարբեր տիպային և ոչ տիպային խնդիրներ, որոնց լուծման համար կիրառված են էվրիստիկ մոտեցումներ, որոնք էապես տարբերվում են նմանատիպ խնդիրների լուծման հայտնի ավանդական մոտեցումներից:

Բանալի բառեր. էվրիստիկա, մաթեմատիկա, ֆիզիկա, խնդիր, քառակուսային եռանդամ, ֆունկցիա, պտույտ, ճնշում, վեկտոր:

Էվրիստիկա բառն ունի հունական ծագում, որը բառացի թարգմանված նշանակում է «հայտնաբերում», իսկ ներկայումս այն գիտական ոլորտ է, որն ուսումնասիրում է ստեղծագործական գործունեության առանձնահատկությունները [1]: Առհասարակ, գիտամանկավարժական գործունեության ընթացքում էվրիստիկ մեթոդներ ասելով հասկանում են գիտական հետազոտության այն հնարամիտ ստեղծագործական, տրամաբանական հնարքները և մեթոդական կանոնները, որոնք կարող են ավելի ռացիոնալ ձևով վերջնարդյունքում հանգեցնել առաջադրված պրոբլեմի լուծմանը՝ զերծ մնալով մաթեմատիկական հստակ ալգորիթմների վրա հիմնված լուծման ֆորմալ մեթոդներից [2]:

Այս համատեքստում ստորև կքննարկենք մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացում դիտարկվող որոշ տիպային և ոչ տիպային խնդիրներ, որոնց լուծման համար կառաջարկենք էվրիստիկ մոտեցումներ, ինչը, կարծում ենք, կարևոր է ինչպես սովորողների տրամաբանական և ստեղծագործական մտածողության զարգացման, այնպես էլ ներառարկայական և միջառարկայական կապերի վերհանման և, առհասարակ, ուսուցման արդյունավետության բարձրացման համար։

Հատկանշականն այն է, որ քննարկվելիք խնդիրների լուծման համար գոյություն ունեն հայտնի «ավանդական» մոտեցումներ, որոնց կիրառմամբ վերջիններս հեշտությամբ կամ դժվարությամբ հաղթահարվում են, սակայն կիրառվելիք էվրիստիկ մոտեցումները հնարավորություն են ընձեռում ցուցաբերել ստեղծագործական մոտեցում, վեր հանել ոչ տիպային խնդիրների լուծման ժամանակ այս կամ այն առարկայական մեթոդի կիրառման գեղագիտական նշանակությունը, տեսանելի և շոշափելի դարձնել գեղեցիկի ընկալումն ու կիրառումը հանրակրթության մեջ։

Այժմ անցնենք խնդիրների քննարկմանը։

Խնդիր 1։ Պարզեցնել $\frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)}+\frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)}+\frac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)}$ արտահայտությունը, որտեղ $a;b;c$-ն միմյանցից տարբեր կամայական իրական թվեր են [3]։

Լուծում։ Խնդրի լուծման «ավանդական» մոտեցման համաձայն՝ անհրաժեշտ է կոտորակները բերել ընդհանուր հայտարարի, բացել փակագծերը և կատարել նման անդամների միացում, ինչի արդյունքում ակնհայտորեն կհանգենք խնդրի պատասխանին։ Կիրառենք այլ մոտեցում։ Դիցուք՝

$$f(x)=\frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)}+\frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)}+\frac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)}:$$

Հեշտ է նկատել, որ $f(x)$-ն ըստ էության մի բազմանդամ է, որի աստիճանը չի գերազանցում 2-ը, կնշանակի այն կա՛մ երկրորդ աստիճանի բազմանդամ է, կա՛մ առաջին աստիճանի բազմադամ է, կա՛մ էլ հաստատուն է։ Նկատենք, որ $f(a)=f(b)=f(c)=1$, փաստորեն $f(x)$-ը 1 արժեքն ընդունում է x փոփոխականի երեք տարբեր $a \neq b \neq c$ արժեքներում, կնշանակի այն չի կարող լինել երկրորդ աստիճանի բազմանդամ (քանզի վերջինս նույն արժեքը կարող է ընդունել փոփոխականի առավելագույնը երկու տարբեր արժեքների դեպքում), ինչպես նաև չի կարող լինել առաջին աստիճանի բազմանդամ (քանզի վերջինս, իր մոնոտոնության շնորհիվ, նույն արժեքը կարող է ընդունել փոփոխականի միայն մեկ արժեքի դեպքում), և ուրեմն՝ $f(x)$-ը զրո աստիճանի բազմանդամ է, այսինքն՝ հաստատուն է, և քանի որ $f(a)=f(b)=f(c)=1$, հետևաբար $f(x)\equiv 1$:

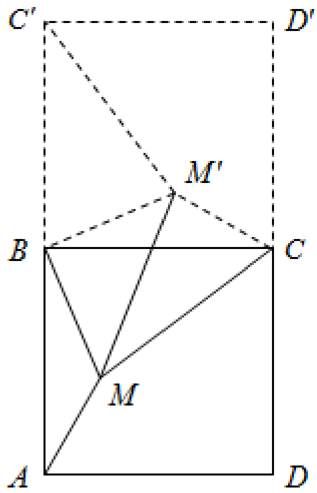
Պատ.՝ $\frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)}+\frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)}+\frac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)}\equiv 1$:

Այժմ դիտարկենք մեկ երկրաչափական խնդիր, որը 2004թ.-ին առաջադրվել է ՀՀ դպրոցականների մաթեմատիկական օլիմպիադայի եզրափակիչ փուլում:

Խնդիր 2: *ABCD* քառակուսու ներսում ընտրված է *M* կետն այնպես, որ $AM:BM:CM=1:2:3$: Որոշել $\angle AMB$ անկյան աստիճանային չափը:

Լուծում: Խնդրի լուծման «ավանդական» մոտեցման համաձայն՝ անհրաժեշտ է *ΔAMB և ΔBMC* եռանկյունների համար կիրառել սինուսների և կոսինուսների թեորեմները և անհրաժեշտ ձևափոխություններից հետո որոշել որոնելի անկյան աստիճանային չափը: Ստորև կվարվենք այլ կերպ:

Տրված *ABCD* քառակուսին *B* կետի շուրջը պտտենք ժամսլաքին հակառակ ուղղությամբ 90^0-ով, ինչի արդյունքում կունենանք ևս մեկ քառակուսի՝ $BC'D'C$-ն, որում M'-ը պտտման արդյունքում *M* կետի «կերպարն» է (տես նկ. 1): Հեշտ է նկատել, որ *ΔMBM′*-ը հավասարասրուն ուղղանկյուն եռանկյուն է $\left(BM=BM';\ \angle MBM'=90^0;\ \angle BMM'=\angle BM'M=45^0\right)$, հետևաբար, համաձայն Պյութագորասի թեորեմի, կունենանք՝ $MM'=\sqrt{2}BM$: Այժմ դիտարկենք *ΔMM′C* եռանկյունը: Ունենք՝ $M'C=AM=\frac{BM}{2}$ և $MC=\frac{3BM}{2}$: Նկատենք, որ $M'M^2+M'C^2=MC^2$, հետրաբար $\angle MM'C=90^0$ և ուրեմն, $\angle AMB=\angle BM'C==\angle BM'M+\angle MM'C=45^0+90^0=135^0$:

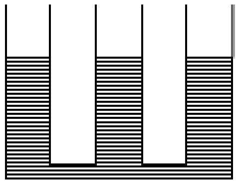


Նկ.1

Պատ.՝ $\angle AMB=135^0$:

Այժմ քննարկենք ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացում դիտարկվող ևս երկու խնդիր:

Խնդիր 3: Երեք միատեսակ հաղորդակից անոթներում լցված է սնդիկ (նկ. 2): Որքա՞ն կբարձրանա մեջտեղի անոթում սնդիկի մակարդակը, եթե ձախ անոթում լցնեն $H_1 = 102$ մմ, իսկ աջ անոթում՝ $H_2 = 153$ մմ բարձրությամբ ջուր: Սնդիկի խտությունը 13600 կգ/մ³ է, ջրինը՝ 1000 կգ/մ³ [4]:



Նկ. 2

Լուծում: Խնդրի լուծման «ավանդական» մոտեցման դեպքում օգտվելով հեղուկների անսեղմելիության հատկությունից՝ նախ՝ որոշում են անոթներում հեղուկների մակարդակների բարձրացումների միջև եղած կապերը և ապա՝ հավասարեցնում սյուների հիդրոստատիկ ճնշումների արտահայտությունները: Նշված հավասարումների համատեղ լուծման արդյունքում էլ որոշվում է մեջտեղի անոթում սնդիկի բարձրացման չափը: Ստորև կկիրառենք այլ մոտեցում:

Աջ և ձախ անոթներում ջուր ավելացնելու հետևանքով համակարգում ճնշումն աճում է $\rho_0 g(H_1 + H_2)$-ով, որտեղ ρ_0-ն ջրի խտությունն է: Քանի որ հեղուկների ավելացումից հետո հաստատված հավասարակշռության դեպքում բոլոր երեք անոթների հիդրոստատիկ ճնշումները հավասար են, ապա հավելյալ ճնշումը բոլոր անոթների մեջ բաշխվում է հավասարաչափ, և յուրաքանչյուր անոթում ճնշումն ավելանում է $\frac{\rho_0 g(H_1 + H_2)}{3}$ - ով: Ասվածից պարզ է, որ մեջտեղի անոթում սնդիկը բարձրանում է $\Delta h = \frac{\rho_0}{3\rho}(H_1 + H_2) = 6,25$ մմ-ով, որտեղ ρ-ն սնդիկի խտությունն է:

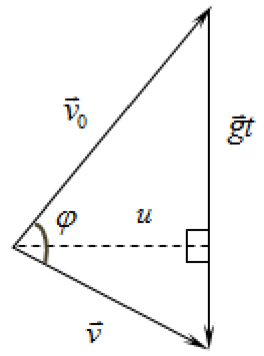
Պատ՝ $\Delta h = 6,25$ մմ :

Հարկ է նշել, որ «ավանդական» մոտեցման համեմատ՝ խնդիր 3-ում առաջարկվող մոտեցումը առավել արդյունավետ կլինի նաև ընդհանրացված դեպքում, երբ հաղորդակից անոթների քանակը երեքից մեծ է:

Խնդիր 4: Երկրի մակերևույթից քարով անհրաժեշտ է հարվածել h բարձրության վրա գտնվող նպատակակետին, որը նետման կետից հորզոնական ուղղությամբ ունի s հեռավորություն: Քարի ի՞նչ նվազագույն v_0 սկզբնական արագության դեպքում է դա հնարավոր: Օդի դիմադրությունն անտեսել [5]:

Լուծում: Խնդրի լուծման «ավանդական» մոտեցման դեպքում կազմում են քարի շարժման հավասարումները և արտաքսելով ժամանակը՝ ստանում են նշանակետով անցնող հետագծի հավասարումը: Այնուհետև, օգտվելով եռանկյունաչափական հայտնի նույնություններից, $tg\alpha$-ի նկատմամբ ստանում են քառակուսային հավասարում (α-ն քարի նետման անկյունն է) և ի վերջո այդ հավասարման դիսկրիմինանտի ոչ բացասական լինելու պայմանից որոշում որոնելի նվազագույն արագությունը:

Ստորև կիրառենք այլ մոտեցում:



Նկ. 3

Նպատակակետին հասնելու պահին քարի $\vec{v}$ արագությունը որոշվում է հետևյալ բանաձևով

$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}\,t$,

որին համապատասխանող վեկտորական դիագրամը պատկերված է նկար 3-ում: Վեկտորական եռանկյան u բարձրությունը քարի արագության հորիզոնական բաղադրիչն է, որը ամբողջ շարժման ընթացքում մնում է հաստատուն, ընդ որում՝ $ut = s$: Այժմ հավասարեցնենք նկ. 3-ում պատկերված վեկտորներով պարփակված եռանկյան մակերեսի երկու արտահայտությունները.

$$\frac{ugt}{2} = \frac{1}{2} v_0 v \sin\varphi, \Rightarrow v_0 v \sin\varphi = gs = const:$$

Ստացված արտահայտությունից պարզ է, որ որոնելի արագությունը կլինի նվազագույն, եթե $\sin\varphi = 1$ և $\varphi = 90^0$: Փաստորեն սկզբնական նվազագույն արագության դեպքում $\vec{v}_0$ և $\vec{v}$ վեկտորները կազմում են ուղիղ անկյուն: Այժմ, օգտվելով ստացված արտահայտությունից և արագությունների կապն արտահայտող $v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$ բանաձևից, քարի սկզբնական արագության նվազագույն արժեքի համար ստանում ենք. $v_0 = \sqrt{g\left(h + \sqrt{h^2 + s^2}\right)}$:

Պատ՝ $v_0 = \sqrt{g\left(h + \sqrt{h^2 + s^2}\right)}$:

Ամփոփելով՝ կարող ենք արձանագրել, որ էվրիստիկ լուծումներն իրենց օգտակար, արդյունավետ և «անսպասելի» կիրառությունը կարող են ունենալ մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացում: Կարծում ենք՝ մաթեմատիկական և ֆիզիկական տիպային և ոչ տիպային խնդիրների էվրիստիկ լուծումները հատկապես նպատակահարմար է կիրառել ընդհանրացնող կրկնությունների ժամանակ, երբ առանձին-առանձին անդրադառնալով յուրաքանչյուր բաժնին վերաբերող խնդիրներին՝ առաջարկում ենք տվյալ խնդրի լուծման ինչպես հայտնի «ավանդական» մոտեցումը, այնպես էլ էվրիստիկ մոտեցումը, ինչը լավագույնս կնպաստի ինչպես սովորողների մոտիվացիայի բարձրացմանը, այնպես էլ առարկայական այս կամ մեթոդի խորը և համապարփակ ընկալմանն ու տիրապետմանը:

Հուսով ենք՝ աշխատանքը կհետաքրքրի ինչպես սովորողներին, այնպես էլ ուսուցիչներին և, առհասարակ, մաթեմատիկայով և ֆիզիկայով հետաքրքրվողներին:

Հետազոտությունն իրականացվել է ՀՀ ԿԳՆ գիտության պետական կոմիտեի տրամադրած ֆինանսավորմամբ՝ 18T-5C287 ծածկագրով գիտական թեմայի շրջանակներում:

ОБ ЭВРИСТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ НЕКОТОРЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ И ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Никогосян Г. С., Серобян Е. С., Мкртчян Г. О., Халифян Л. А.

Работа посвящена выявлению возможных применений эвристических методов в школьной курсе математики и физики. Вначале кратко обсуждается сущность эвристического метода, а затем обсуждаются различные типовые и нетиповые задачи, встречающиеся в школьной программе математики и физики, для решения которых применены эвристические подходы, существенно отличающиеся от традиционных подходов к решению таких задач.

Ключевые слова: эвристика, математика, физика, задача, квадратный трехчлен, функция, вращение, давление, вектор.

ON HEURISTIC SOLUTIONS OF SOME MATHEMATICAL AND PHYSICAL PROBLEMS

Nikoghosyan G. S., Serobyan E. S., Mkrtchyan G. H., Khalifyan L. A.

The work is devoted to the identification of possible applications of heuristic methods in the school course of mathematics and physics. At first, the essence of the heuristic method is briefly discussed, and then various typical and atypical problems that are found in the school program of mathematics and physics are discussed, for the solution of which heuristic approaches are used that are significantly different from traditional approaches to solving such problems.

Keywords: heuristic, mathematics, physics, task, quadratic trinomial, function, rotation, pressure, vector.

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Ивин А. А., Никифоров А. Л. Словарь по логике. М.: Туманит, изд. центр ВЛАДОС/ 1997. 384 с.
2. Михелькевич В. Н., Радомский В. М. Основы научно-технического творчества. Изд. Ростов-на-Дону.: Феникс. 2004. 320 с.
3. Кречмар В. А. Задачник по алгебре. М.: «Наука». 1964. 388с.
4. Յուզբաշյան Է. Ֆիզիկայի խնդիրների ժողովածու: Եր.: «Ֆիլին»: 2006: 128 էջ:
5. Бутиков Е. И., Быков А. А., Кондратьев А. С. Физика в примерах и задачах. М.: «Наука». 1979. 464 с.

Տեղեկություններ հեղինակների մասին
Նիկողոսյան Գ. Ս. *- ֆիզմաթ գիտությունների թեկնածու, ուսուցիչ*
Երևանի «Քվանտ» վարժարան
Էլ.փոստ ՝gagonik@mail.ru

Սերոբյան Ե. Ս. *- ֆիզմաթ գիտությունների թեկնածու, դոցենտ*
Շիրակի պետական համալսարան
Էլ.փոստ ՝eserobyan56@mail.ru

Մկրտչյան Գ. Հ. *- ուսուցչուհի*
Գյումրու Ա. Ս. Պուշկինի անվան թիվ 6 հիմնական դպրոց ՊՈԱԿ
Էլ.փոստ ՝gohar_mkrtchyan_1972@mail.ru

Խալիֆյան Լ. Ա.
Էլ.փոստ ՝ Dims.45@mail.ru

Տրվել է խմբագրություն 24.09.2019