

УДК 530

Հ.Ս.Նիկողոսյան  
ՌԵԼՅԱՏԻՎԻՍՏԱԿԱՆ ՊՐՈՑԵՄՆԵՐԻ ԵՐԿՐԱԶԱՓԱԿԱՆ  
ԱՐՏԱՊԱՏԿԵՐՈՒՄՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

**Բանալի բառեր՝** էներգիա, առանցք, բախում, էլեկտրոն, ֆոտոն, իմպուլս, էլիպս, դիագրամ, դիֆուզիա, ցրում:

**Ключевые слова:** энергия, ось, столкновение, электрон, фотон, импульс, эллипс, диаграмма, фокус, рассеяние.

**Keywords:** energy, axis, bumping, electron, photon, impulse, ellipse, diagram, focus, spreading.

Աշխատանքում դիտարկվում են առաձգական ռեյատիվիստական փոխազդեցությունների վերլուծության համար էներգիական դիագրամների ձևավորման առանձնահատկություններն ու հնարավոր կիրառությունները: Ներմուծվում է երկչափ էներգիական տարածության գաղափարը, որը մոդելավորման նոր հնարավորություններ է ընձեռում:

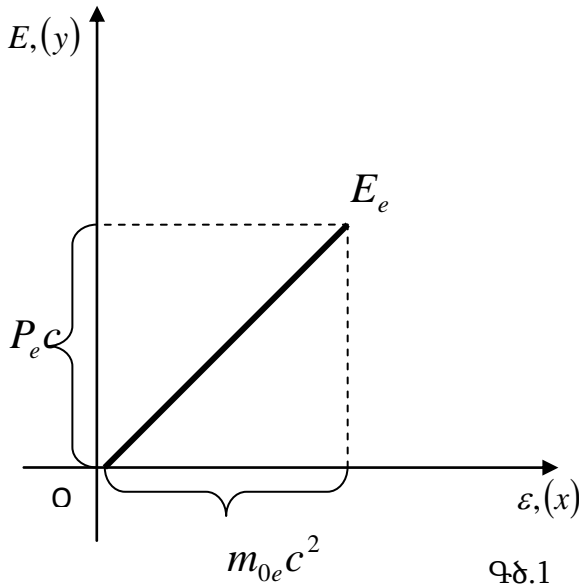
Ինչպես գիտենք, միկրոմասնիկների փոխազդեցությունների ժամանակ իրականանում է բախվող մասնիկների էներգիայի և իմպուլսների վերաբաշխում, որը կարող է ուղեկցվել նաև այլ մասնիկների գոյացմամբ: Մասնավորապես առաձգական փոխազդեցությունները բնորոշվում են փոխազդող մասնիկների գումարային կինետիկ էներգիայի պահպանմամբ և փոխազդեցության բոլոր տեսակների դեպքում էլ կարող են նկարագրվել պարզ երկրաչափական սխեմաների՝ իմպուլսային դիագրամների օգնությամբ: Եվ բնականաբար բարձր էներգիաների դեպքում դիտարկվում են դիագրամների ռեյատիվիստական տարբերակները[1]: Ընդհանուր առմամբ իմպուլսային դիագրամների մեթոդը լայնորեն կիրառվում է առաձգական ոչ ռեյատիվիստական [2] և ռեյատիվիստական [3], ինչպես նաև ոչ առաձգական բախումների պրոցեսների համար: Իմպուլսային դիագրամները հնարավորություն են ընձեռում գտնելու փոխազդող մասնիկների իմպուլսներն ու էներգիաները ցրման պրոցեսից հետո ցրման կամայական անկյան դեպքում, ինչպես նաև լուծելու հակադարձ խնդիրը:

Ստորև, համանման պրոցեսների գրաֆիկական վերլուծության նպատակով առաջարկվում է հետևյալ մոտեցումը: Օգտվելով իմպուլս-էներգիայի ռելյատիվիստական ինվարիանտի մաթեմատիկական

$$E = \sqrt{P^2 c^2 + m_0^2 c^4} \quad (1)$$

ներկայացումից՝ ներմուծենք երկչափ էներգիական տարածության գաղափարը, որտեղ հորիզոնական  $\mathcal{E}$  առանցքը թվագրվում է ըստ մասնիկի դադարի  $m_0 c^2$  էներգիայի արժեքների, իսկ  $E$  ուղղաձիգ առանցքը՝ ըստ «շարժման»  $Pc$  էներգիայի արժեքների, որտեղ  $P$  մասնիկի ռելյատիվիստական իմպուլսն է:

Նման երկրաչափական մոդելավորմամբ, մասնավորապես,

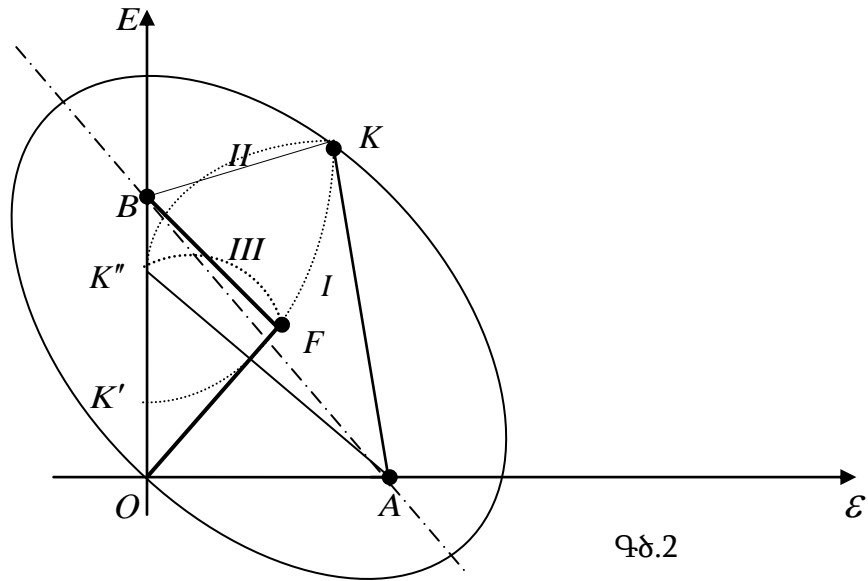


Գծ.1

ռելյատիվիստական էլեկտրոնի էներգիական վիճակը կարտապատկերվի  $E_e$  հատվածով, որի հորիզոնական «բաղադրիչը»  $E_{ex} = m_{0e} c^2$  -էլեկտրոնի դադարի էներգիան է, իսկ ուղղաձիգ «բաղադրիչը»  $E_{ey} = P_e c$ , որտեղ  $P_e$  էլեկտրոնի ռելյատիվիստական իմպուլսն է (Գծ.1): Այսպիսով՝ մասնիկների էներգիական վիճակները  $EO\varepsilon$  էներգիական տարածության մեջ արտապատկերվում են կետերով կամ կառուցողական հարմարություններով թելադրվող ուղղի չուղղորդված հատվածներով, որոնք  $O$  սկզբնակետը (էներգիայի հաշվանքի սկիզբը) միացնում են էներգիական տարածության մեջ մասնիկի դիրքը

նշող կետին: Այժմ նման մոդելավորման կիրառմամբ փորձենք վերլուծել մի քանի ռելյատիվիստական պրոցեսներ:

1. Կոմպտոնի երևույթը:



Ինչպես գիտենք  $\gamma$  ճառագայթման փոխազդեցությունը միջավայրի հետ հանգեցնում է նրա ցրմանը: Կառուցենք Կոմպտոնի երևույթի էներգիական դիագրամը: Փոխազդեցությունից առաջ փոխազդող մասնիկների (ազատ և անշարժ էլեկտրոնի ու ընկնող ֆոտոնի) էներգիական վիճակները արտապատկերենք էներգիական  $EO\epsilon$  տարածության մեջ, համապատասխանաբար  $A$  և  $B$  կետերով ( $OA = m_e c^2$  և  $OB = P_\gamma c$  հատվածներով, որտեղ  $P_\gamma$  ֆոտոնի սկզբնական իմպուլսն է):

Լրիվ էներգիայի պահպանման օրենքը փաստում է փոխազդող մասնիկների մեկուսացված համակարգի լրիվ էներգիայի ( $OA$  և  $OB$  հատվածների երկարությունների ( $OA + OB$  գումարի) ինվարիանտությունը.

$$OA + OB = m_e c^2 + P_\gamma c = const. \quad (3)$$

Վերջին փաստի երկրաչափական արտապատկերման նպատակով կառուցենք  $A$  և  $B$  կիզակետերով էլիպս, որը անցնում է  $EO\epsilon$  տարածության  $O$  սկզբնակետով (Գծ.2):

Էլիպսը, հանդիսանալով կետերի այնպիսի երկրաչափական տեղ, որոնց հեռավորությունների գումարը տրված երկու ( $A$  և  $B$ ) կիզակետերից ունի միևնույն հաստատուն արժեքը, էներգիական տարածության մեջ միավորում է փոխազդող մասնիկների (էլեկտրոնի և ֆոտոնի) համակարգի բոլոր հնարավոր էներգիական արդյունաբար վիճակները փոխազդեցությունից առաջ և հետո:

Այդպիսի հնարավոր արդյունարար վիճակներից է, օրինակ, համակարգի սկզբնական՝  $O$  կետով արտապատկերվող վիճակը: Դիտարկենք համակարգի՝ կամայական  $K$  կետով նշված արդյունարար վիճակը, որը կարտապատկերի համակարգի վիճակը էլեկտրոնի և ֆոտոնի փոխազդեցության որոշակի պրոցեսից հետո (էլեկտրոնի վրա ֆոտոնի ցրման պրոցեսից հետո): Այստեղ պետք է ենթադրել, որ  $BK$  հարվածը արտապատկերում է ցրված ֆոտոնի էներգիական վիճակը, իսկ  $AK$  վերաբերում է հետհարվածի էլեկտրոնին (չնայած նման համապատասխանությունը միարժեք չէ, և պրոցեսի հնարավոր ելքերից է նաև հակադարձ համապատասխանությունը): Այժմ պտույտների ենթարկենք  $AK$  և  $BK$  հաստվածները, ցրված ֆոտոնի և հետհարվածի էլեկտրոնի էներգիական վիճակները էներգիայի հաշվանքի  $EO \mathcal{E}$  ֆիքսված համակարգին համադրելու նպատակով: Այդպիսի գործառույթը հնարավորություն կտա պարզելու հետ-

հարվածի էլեկտրոնի  $P_e$  և ցրված ֆոտոնի  $P_\gamma'$  իմպուլսների մեծությունները (Գծ.2):

Քայլ 1:

Գծենք  $B$  կենտրոնով և  $BK$  շառավղով  $I$  աղեղը մինչև  $E$  առանցքի հետ  $K'$  կետում հատվելը: Այս դեպքում  $BK' = P_\gamma' c$  ցրված ֆոտոնի էներգիան է,  $P_\gamma'$  ցրված ֆոտոնի իմպուլսը:

Քայլ 2:

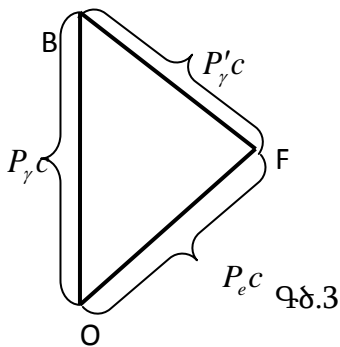
Գծենք  $A$  կենտրոնով և  $AK$  շառավղով  $II$  աղեղը մինչև  $E$  առանցքի հետ  $K''$  կետում հատվելը: Այս դեպքում

$$AK = AK'' = \sqrt{(OK'')^2 + OA^2} = \sqrt{P_e^2 c^2 + m_e^2 c^4}, \text{ որտեղ}$$

$$OK'' = P_e c, \quad P_e \text{ - հետհարվածի էլեկտրոնի իմպուլսն է:}$$

Քայլ 3:

Գծենք  $O$  կենտրոնով և  $OK''$  շառավղով  $III$  աղեղը մինչև  $F$  կետում  $I$  աղեղի հետ հատվելը: Արդյունքում կձևավորվի  $BOF$  իմպուլսային եռանկյունը (Գծ.3), որտեղ

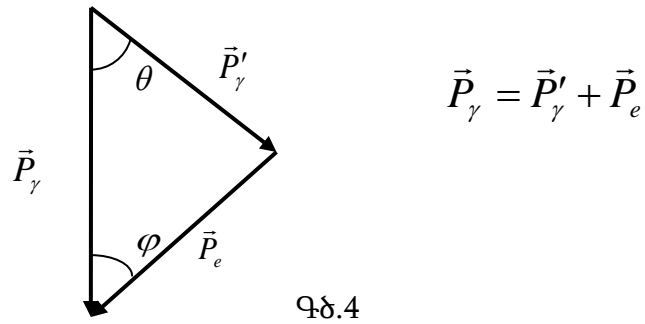


$$OB = P_\gamma c,$$

$$BF = BK = BK' = P_\gamma' c,$$

$$OF = OK'' = P_e c:$$

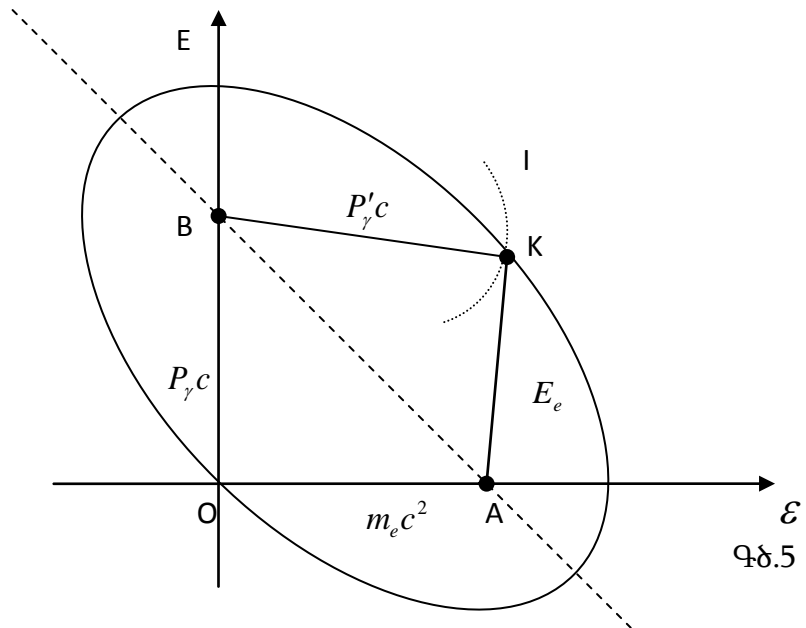
Ակնհայտ է, որ BOF եռանկյան նախահիմքի վրա, մասշտաբային ձևափոխության ճանապարհով, կարելի է ձևավորել Կոմպտոնի երևույթի իմպուլսային դիագրամը (Պժ.4),



Պժ.4

որտեղ  $\theta$  ֆոտոնի ցրման անկյունն է:

Այժմ վերլուծենք Կոմպտոնի երևույթի համար էներգիական դիագրամի կառուցման և հնարավոր կիրառության քայլերը: Ենթադրենք՝ փորձականորեն չափվում է ցրված ճառագայթման ալիքի երկարությունը (ցրված ֆոտոնի  $\nu'$  հաճախությունը), այսինքն՝ հայտնի են ցրված ֆոտոնի  $P'_\gamma = \frac{h\nu'}{c}$  իմպուլսի, ինչպես նաև նրա էներգիական վիճակը  $EO$  տարածության մեջ արտապատկերող  $P'_\gamma c = h\nu'$  երկարության բացարձակ մեծության արժեքները: Կարելի է ընդգծել էներգիական դիագրամի կառուցման հետևյալ ալգորիթմը (Պժ.5):



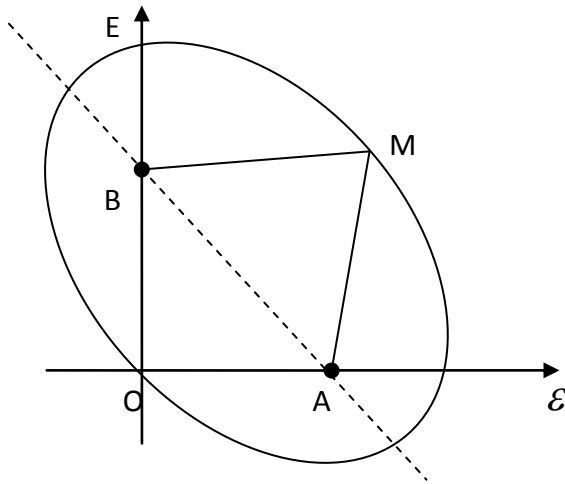
Պժ.5

1.  $OE$  և  $O\mathcal{E}$  առանցքների վրա ֆիքսենք ընկնող ֆոտոնի և անշարժ էլեկտրոնի էներգիական վիճակներն արտապատկերող  $B$  ( $OB=P_\gamma c$ ) և  $A$  ( $OA=m_e c^2$ ) կետերը:
2. Կառուցենք  $A, B$  կիզակետեր ունեցող և  $O$  սկզբնակետով անցնող էներգիական էլիպսը:
3. Գծենք  $B$  կենտրոնով և  $P'_\gamma c$  շառավղով  $I$  աղեղը, մինչև էլիպսի հետ  $K$  կետում հատվելը: Նման կերպ որոշակի կդառնա փոխազդող էլեկտրոնից և ֆոտոնից բաղկացած համակարգի արդյունաբար էներգիական վիճակը  $EO\mathcal{E}$  տարածության մեջ փոխազդեցությունից հետո արտապատկերող  $K$  կետի դիրքը:
4. Կառուցենք հետհարվածի էլեկտրոնի էներգիական վիճակի  $AK$  հատվածը ( $AK=E_e$ ):

Հետագա կառուցումները պետք է շարունակել ըստ վերը նշված (1-3) քայլերի ընթացակարգի:

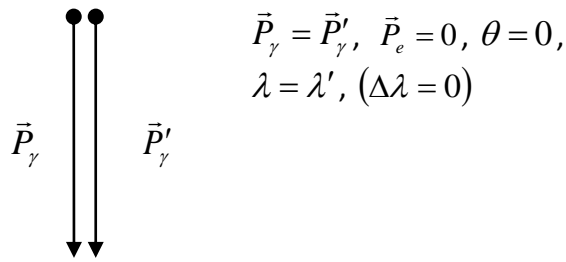
Այսպիսով էներգիական վիճակների դիագրամը հնարավորություն է ընձեռում ըստ ցրված ֆոտոնի հաճախության հայտնի արժեքի գնահատելու ֆոտոնի ցրման  $\theta$  անկյան մեծությունը, հետհարվածի էլեկտրոնի  $P_e$  իմպուլսը, ինչպես նաև  $\varphi$  անկյան մեծությունը: Հնարավորություն է ընձեռվում նաև ուսումնասիրելու ցրման պրոցեսի հնարավոր տարբեր էլքերի պարամետրերի փոխկապվածությունները, ցրումից հետո համակարգի արդյունաբար վիճակը բնորոշող  $K$  կետի՝ ըստ էներգիայի էլիպսի աղեղի թույլատրելի տեղաշարժերի դեպքում:

Հեշտ է նկատել, որ համակարգի վերջնական արդյունաբար՝  $M$  կետով պատկերվող վիճակի դեպքում, երբ  $AM=OA=m_e c^2$ , հետհարվածի էլեկտրոնի իմպուլսը՝  $P_e=0$  (դրանում կարելի է համոզվել, գծելով  $A$  կենտրոնով և  $AM$  շառավղով աղեղ, որը  $E$  առանցքի հետ կհատվի  $O$  կետում (Գծ.6)):

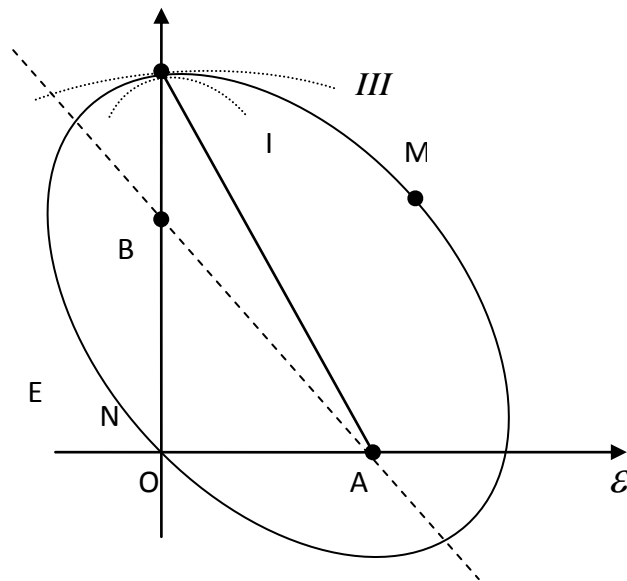


Գծ.6

Շարունակելով կառուցումը ըստ քայլերի (1-3) ընթացակարգի և հաշվի առնելով, որ  $OA+OB=AM+BM$ , այսինքն՝  $BM=OB$  կարող ենք համոզվել, որ իմպուլսային դիագրամը այս դեպքում կունենա հետևյալ տեսքը (Գծ.7).  
(ցրման բացակայություն):

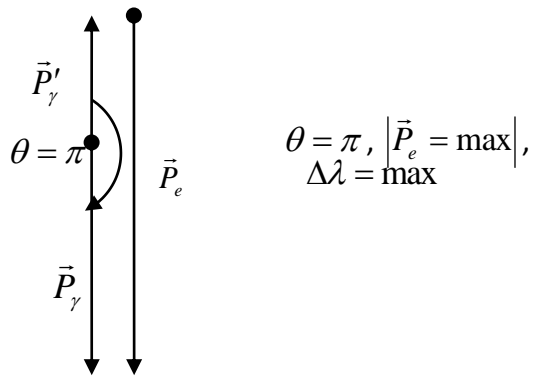


Գծ.7



Գծ.8

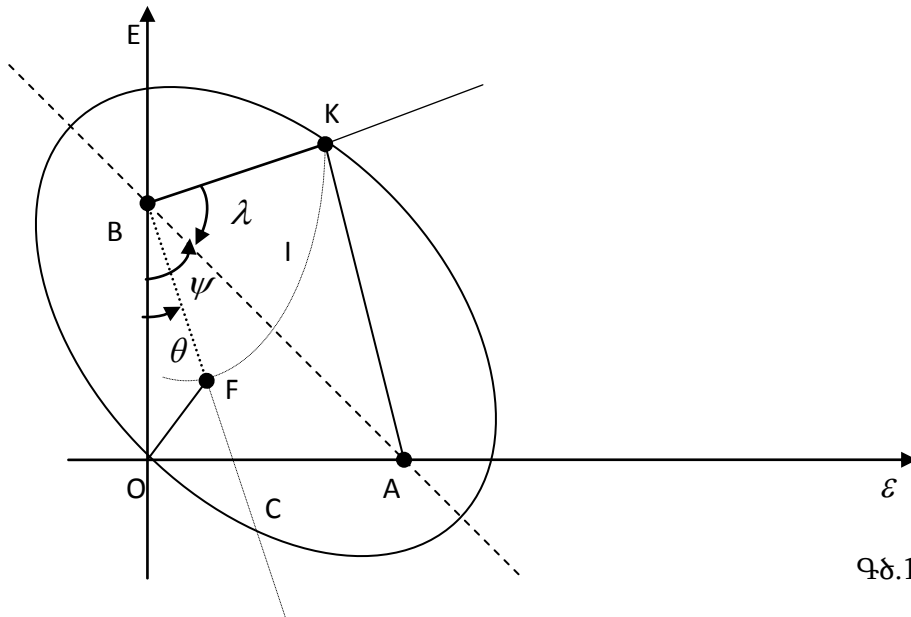
Իսկ երբ համակարգի վերջնական արդյունաբար վիճակը պատկերվում է N կետով, ապա քայլերի (1-3) ընթացակարգը հանգեցնում է B կենտրոնով և BN շառավղով I աղեղի ու O կենտրոնով, ON շառավղով III աղեղի կառուցումներին, որոնք հատվում են միայն N կետում (Գծ.8), այսինքն՝ ֆոտոնի՝ անշարժ էլեկտրոնի վրա ցրման իմպուլսային դիագրամը այս դեպքում կընդունի հետևյալ տեսքը (Գծ.9):



Գծ.9

(ցրում դեպի հետ): Այսպիսով՝ համակարգի վերջնական արդյունաբար վիճակը ֆոտոնի՝ էլեկտրոնի վրա ցրումից հետո պատկերող  $K$  կետի թույլատրելի տեղաշարժերը կարող են կատարվել ըստ էներգիական էլիպսի աղեղի  $MN$  հատվածի, և ըստ այդմ էլ ֆոտոնի ցրման  $\theta$  անկյունը փոփոխվում է  $(0, \pi)$  միջակայքում:

Այժմ դիտարկենք հակադարձ խնդիրը: Ենթադրենք՝ պահանջվում է գտնել որոշակի  $\theta$  անկյան տակ ցրված ճառագայթման ալիքի երկարությունը (ֆոտոնի  $\nu'$  հաճախությունը): Այդ նպատակով կատարենք հետևյալ նախնական վերլուծությունները (Գծ.10):



Գծ.10

Այստեղ  $OA = m_e c^2$ ,  $OB = P_\gamma c$ : Իսկ ըստ լրիվ էներգիայի պահպանման օրենքի  $OA + OB = AK + BK$ , որտեղ  $BK = P'_\gamma c$ ,  $AK = E_e$ -հետհարվածի



Էլեկտրոնի լրիվ էներգիան է:  $\Delta ABK$ -ից ըստ կոսինուսների թեորեմի  $AK^2 = AB^2 + BK^2 - 2AB \cdot BK \cdot \cos \lambda$ , որտեղ  $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2}$ : Մյուս կողմից  $AK = OA + OB - BK$ : Վերջին երկու առնչություններից կստանանք՝

$$BK = \frac{OB}{1 + \frac{OB}{OA} - \frac{\sqrt{OA^2 + OB^2}}{OA} \cos \lambda} = P'_\gamma c = h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} - \frac{\sqrt{m_e^2 c^4 + h^2 \nu^2}}{m_e c^2} \cos \lambda}$$

(\*\*)

Սակայն, ինչպես գիտենք Կոմպտոնի երևույթի համար

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} - \frac{h\nu}{m_e c^2} \cos \theta} = \frac{OB}{1 + \frac{OB}{OA} - \frac{OB}{OA} \cos \theta}$$

Վերջին արդյունքը համեմատելով (\*\*) -ի հետ, կստանանք

$$\frac{\sqrt{OA^2 + OB^2}}{OA} \cos \lambda = \frac{OB}{OA} \cos \theta$$

$$\cos \lambda = \frac{OB}{\sqrt{OA^2 + OB^2}} \cos \theta = \frac{OB}{AB} \cos \theta = \cos \psi \cos \theta \text{ (ըստ } \Delta OAB \text{ -ի): (4)}$$

Անդրադառնանք հակադարձ խնդրին և առաջարկենք էներգիական դիագրամի կառուցման հետևյալ ընթացակարգը:

1.  $EO\varepsilon$  տարածության մեջ կառուցենք էներգիական էլիպսը, որտեղ  $OA = m_e c^2$ ,  $OB = P_\gamma c$ :
2. B կետից OE առանցքի նկատմամբ հայտնի  $\theta$  անկյան տակ տանենք BC ուղիղը:
3. B կետից էլիպսի առանցքի նկատմամբ ըստ (4) առնչության գնահատվող  $\lambda$  անկյան տակ տանենք BD ուղիղը, որի հատման K կետը էներգիական էլիպսի հետ կրնորոշի էլեկտրոն-ֆոտոն համակարգի վերջնական վիճակը ցրման պրոցեսից հետո: Ընդ որում,  $BK = P'_\gamma c = h\nu'$ :
4. Գծենք B կենտրոնով և BK շառավղով I աղեղը, որը կհատվի BC ուղղի հետ F կետում: Արդյունքում կձևավորվի Կոմպտոնի երևույթի BOF իմպուլսային դիագրամը, որի կողմերն են  $OB = P_\gamma c$ ,  $BF = BK = P'_\gamma c$ ,  $OF = P_e c$ :

Այստեղ  $P_e$  հետհարվածի էլեկտրոնի իմպուլսն է: Այսպիսով՝ գիտենալով ֆոտոնի ցրման  $\theta$  անկյունը, կարելի է էներգիական դիագրամը բնորոշող (4) առնչության միջոցով գնահատել ցրված ֆոտոնի  $P'_\gamma$  իմպուլսը,  $\nu'$  հաճախությունը, ինչպես նաև հետհարվածի էլեկտրոնի  $P_e$  իմպուլսի մեծությունն ու ուղղությունը:

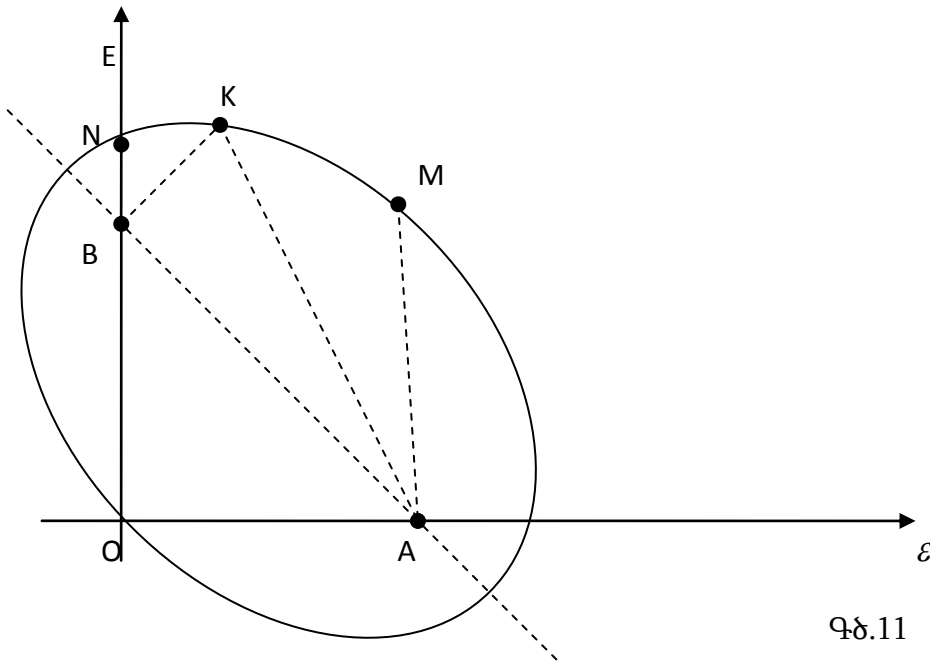
Այժմ էներգիական դիագրամի կիրառությամբ դիտարկենք հետևյալ խնդիրը, որը վերաբերում է ֆոտոնների ցրմանը անշարժ էլեկտրոնների վրա:

Խնդիր 1.[4]

Օգտվելով պահպանման օրենքներից՝ ցույց տալ, որ ազատ էլեկտրոնը չի կարող ֆոտոն կլանել:

Լուծում: Ըստ ինդրի հարցադրման փոխազդող մասնիկների համակարգի՝ սկզբնական էլեկտրոնի վիճակը ներառում է ֆոտոնի և ազատ էլեկտրոնի նախնական էներգիական վիճակները, որոնք  $EO \mathcal{E}$  էներգիական տարածության մեջ արտապատկերվում են երկու  $OA = m_e c^2$ ,  $OB = P_\gamma c = h\omega$  հատվածներով (Գծ.11):

Նման կերպ սևեռվում է էներգիայի  $A, B$  կիզակետերով էլիպսը, որը էներգիայի հաշվանքի  $EO \mathcal{E}$  համակարգում կանխորոշում է ֆոտոն-ազատ էլեկտրոն համակարգի վերջնական վիճակն արտապատկերող  $K$  կետի թույլատրելի դիրքերի  $NM$  աղեղը ( $AM = OA$ ): Հեշտ է նկատել, որ  $K$  կետի դիրքը (համակարգի վերջնական վիճակը)  $A$  և  $B$  կիզակետերի նկատմամբ (համակարգի սկզբնական վիճակի նկատմամբ) տրվում է երկու ( $AK$  և  $BK$ ) էներգիական հատվածների օգնությամբ, որը ինքնին փաստում է համակարգի վերջնական վիճակի երկբաղադրիչ լինելու հանգամանքը: Նման կերպ բացատրվում է ազատ էլեկտրոնի կողմից ֆոտոնի կլանման ֆիզիկական իրողությունը, որը կհանգեցնե՛ր ֆոտոն կլանած էլեկտրոնի միաբաղադրիչ վիճակի գոյությանը: Այլ կերպ ասած, պահպանման օրենքները թույլատրում են լույ ազատ էլեկտրոնի կողմից ֆոտոնի ցրման երևույթները, երբ պահպանվում է համակարգի երկբաղադրիչ (էլեկտրոն-ֆոտոն) կազմը փոխազդեցությունից առաջ և հետո:



Գծ.11

*Г.С.Никогосян*

*О геометрических отображениях релятивистских процессов*

*В работе рассматриваются особенности формирования энергетических диаграмм для анализа упругих релятивистских взаимодействий. Вводится представление о двумерном энергетическом пространстве, которое открывает новые возможности моделирования.*

*H. S. Nikoghosyan*

*About the Geometrical Projections of Relativistic Processes*

*Characteristics and possible applications of formation of energetic diagrams are discussed for flexible relativistic processes. Proposed method provides new ways of modeling.*

**Չ ր ա կ ա ն ն ի թ յ ն ի ն**

1. К.Н.Мухин. Экспериментальная ядерная физика, т.1-М.; Энергоатомиздат, 1983,584 с.
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теоретическая физика. Механика. -М.; Наука, 1988, 215 с.
3. К.Н.Мухин. Экспериментальная ядерная физика,т.2.-М.; Атомиздат, 1974, 335 с.
4. И. Е. Иродов. Задачи по квантовой физике. -М.; Высшая школа, 1991, 174с.

***Տեղեկություններ հեղինակի մասին***

*Նիկողոսյան Հրաչիկ Սուրենի - ֆիզմաթ գիտ. թեկն., դոցենտ, Գյումրու Մ. Նալբանդյանի անվան պետական մանկավարժական ինստիտուտ, ֆիզիկայի, տեխնոլոգիայի և նրանց դասավանդման մեթոդիկայի ամբիոն, E-mail: [Hrach1960@mail.ru](mailto:Hrach1960@mail.ru)*

Տրվել է խմբագրություն 16. 05. 2013.