ԳՅՈՒՄՐՈՒ Մ. ՆԱԼԲԱՆԴՅԱՆԻ ԱՆՎԱՆ ՊԵՏԱԿԱՆ ՄԱՆԿԱՎԱՐԺԱԿԱՆ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ГЮМРИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. М. НАЛБАНДЯНА
GYUMRI STATE PEDAGOGICAL INSTITUTE AFTER M. NALBANDYAN
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ SCIENTIFIC PROCEEDINGS

Պրակ Ա
Выпуск А
Issue A

2 0 1 3 **№ 1**

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

УДК 539.3

Н.С.Асланян

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕРМОУПРУГОСТИ МИКРОПОЛЯРНЫХ ИЗОТРОПНЫХ ТОНКИХ ПЛАСТИН

Բանալի բառեր՝ միկրոպոլյար, իզոտրոպ, առաձգական, բարակ, սալ, մոդել:
Ключевые слова: микрополярный, изотропный, упругий, тонкий, пластинка, модель.
Keywords: micropolar, elastic, plate, thin, isotropic, model.

В работе на основе метода гипотез построена модель термоупругости микрополярных изотропных тонких пластин с независимыми полями перемещений и вращений.

Введение. Обзоры исследований по общей теории микрополярных упругих тонких пластин и оболочек осуществлены в работах [1,2]. В работах [3-6] на основе качественных результатов асимптотического метода интегрирования трехмерной краевой задачи микрополярной теории упругости в тонких областях, сформулированы адекватные гипотезы и построены общие математические модели микрополярных упругих тонких пластин и оболочек. В работе [7] асимптотическим методом изучена трехмерная краевая задача микрополярной термоупругости. В данной работе развивается подход работ С.О.Саркисяна [3-6] на основе качественных сторон результата асимптотического метода [7], сформулированы соответствующие гипотезы и построена модель микрополярной термоупругости изотропных тонких пластин. Отметим, что задача термоупругости для микрополярных тонких оболочек поставлена в работе [8].

1.Постановка задачи. Рассмотрим изотропную упругую пластинку постоянной толщины $2h$ как тонкое трехмерное тело. Оси α_1,α_2 криволинейной ортогональной системы координат отнесем к срединной плоскости пластинки, ось z- будет перпендикулярна срединной плоскости пластинки.

Будем исходить из основных уравнений трехмерной несимметричной теории статической термоупругости с независимыми полями перемещений и вращений [9]:

Уравнения равновесия

$$\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(H_2\sigma_{11}\right)+\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(H_1\sigma_{21}\right)+\frac{\partial\sigma_{31}}{\partial z}+\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_1}{\partial\alpha_2}\sigma_{12}-$$
$$-\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_2}{\partial\alpha_1}\sigma_{22}=0,$$

$$\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(H_2\sigma_{12}\right)+\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(H_1\sigma_{22}\right)+\frac{\partial\sigma_{32}}{\partial z}+\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_2}{\partial\alpha_1}\sigma_{21}-$$
$$-\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_1}{\partial\alpha_2}\sigma_{11}=0,$$

$$\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(H_2\sigma_{13}\right)+\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(H_1\sigma_{23}\right)+\frac{\partial\sigma_{33}}{\partial z}=0, \tag{1.1}$$

$$\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(H_2\mu_{11}\right)+\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(H_1\mu_{21}\right)+\frac{\partial\mu_{31}}{\partial z}+\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_1}{\partial\alpha_2}\mu_{12}-$$
$$-\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_2}{\partial\alpha_1}\mu_{22}+\left(\sigma_{23}-\sigma_{32}\right)=0,$$

$$\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(H_2\mu_{12}\right)+\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(H_1\mu_{22}\right)+\frac{\partial\mu_{32}}{\partial z}+\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_2}{\partial\alpha_1}\mu_{21}-$$
$$-\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_1}{\partial\alpha_2}\mu_{11}+\left(\sigma_{31}-\sigma_{13}\right)=0,$$

$$\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(H_2\mu_{13}\right)+\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(H_1\mu_{23}\right)+\frac{\partial\mu_{33}}{\partial z}+\sigma_{12}-\sigma_{21}=0.$$

Физические соотношения термоупругости

$$\gamma_{11}=\frac{1}{\mathrm{E}}\left[\sigma_{11}-\nu\left(\sigma_{22}+\sigma_{33}\right)\right]+\alpha_t\Theta, \quad \chi_{11}=\frac{\gamma+\beta}{\gamma(2\gamma+3\beta)}\left[\mu_{11}-\frac{\beta}{2(\gamma+\beta)}\left(\mu_{22}+\mu_{33}\right)\right]$$

$$\gamma_{22}=\frac{1}{\mathrm{E}}\left[\sigma_{22}-\nu\left(\sigma_{11}+\sigma_{33}\right)\right]+\alpha_t\Theta, \quad \chi_{22}=\frac{\gamma+\beta}{\gamma(2\gamma+3\beta)}\left[\mu_{22}-\frac{\beta}{2(\gamma+\beta)}\left(\mu_{11}+\mu_{33}\right)\right]$$

$$\gamma_{33}=\frac{1}{\mathrm{E}}\left[\sigma_{33}-\nu\left(\sigma_{11}+\sigma_{22}\right)\right]+\alpha_t\Theta, \quad \chi_{33}=\frac{\gamma+\beta}{\gamma(2\gamma+3\beta)}\left[\mu_{33}-\frac{\beta}{2(\gamma+\beta)}\left(\mu_{11}+\mu_{22}\right)\right]$$

$$\gamma_{12}=\frac{\mu+\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{12}-\frac{\mu-\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{21}, \quad \chi_{12}=\frac{1}{4\gamma\varepsilon}\left[(\gamma+\varepsilon)\mu_{12}-(\gamma-\varepsilon)\mu_{21}\right]$$

$$\gamma_{21}=\frac{\mu+\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{21}-\frac{\mu-\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{12}, \quad \chi_{21}=\frac{1}{4\gamma\varepsilon}\left[(\gamma+\varepsilon)\mu_{21}-(\gamma-\varepsilon)\mu_{12}\right] \tag{1.2}$$

$$\gamma_{13}=\frac{\mu+\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{13}-\frac{\mu-\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{31}, \quad \chi_{13}=\frac{1}{4\gamma\varepsilon}\left[(\gamma+\varepsilon)\mu_{13}-(\gamma-\varepsilon)\mu_{31}\right],$$

$$\gamma_{31}=\frac{\mu+\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{31}-\frac{\mu-\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{13},\qquad \chi_{31}=\frac{1}{4\gamma\varepsilon}\left[(\gamma+\varepsilon)\mu_{31}-(\gamma-\varepsilon)\mu_{13}\right],$$
$$\gamma_{23}=\frac{\mu+\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{23}-\frac{\mu-\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{32},\qquad \chi_{23}=\frac{1}{4\gamma\varepsilon}\left[(\gamma+\varepsilon)\mu_{23}-(\gamma-\varepsilon)\mu_{32}\right],$$
$$\gamma_{32}=\frac{\mu+\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{32}-\frac{\mu-\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{23},\qquad \chi_{32}=\frac{1}{4\gamma\varepsilon}\left[(\gamma+\varepsilon)\mu_{32}-(\gamma-\varepsilon)\mu_{23}\right].$$

Геометрические соотношения

$$\gamma_{11}=\frac{1}{H_1}\frac{\partial V_1}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_1}{\partial\alpha_2}V_2,\qquad \gamma_{22}=\frac{1}{H_2}\frac{\partial V_2}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_2}{\partial\alpha_1}V_1,$$
$$\gamma_{12}=\frac{1}{H_1}\frac{\partial V_2}{\partial\alpha_1}-\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_1}{\partial\alpha_2}V_1-\omega_3,\qquad \gamma_{21}=\frac{1}{H_2}\frac{\partial V_1}{\partial\alpha_2}-\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_2}{\partial\alpha_1}V_2+\omega_3,$$
$$\gamma_{13}=\frac{1}{H_1}\frac{\partial V_3}{\partial\alpha_1}+\omega_2,\quad \gamma_{31}=\frac{\partial V_1}{\partial z}-\omega_2,\ \gamma_{23}=\frac{1}{H_2}\frac{\partial V_3}{\partial\alpha_2}-\omega_1,$$
$$\gamma_{32}=\frac{\partial V_2}{\partial z}+\omega_1,\qquad \gamma_{33}=\frac{\partial V_3}{\partial z},$$
$$\chi_{11}=\frac{1}{H_1}\frac{\partial\omega_1}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_1}{\partial\alpha_2}\omega_2,\quad \chi_{22}=\frac{1}{H_2}\frac{\partial\omega_2}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_2}{\partial\alpha_1}\omega_1 \tag{1.3}$$
$$\chi_{12}=\frac{1}{H_1}\frac{\partial\omega_2}{\partial\alpha_1}-\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_1}{\partial\alpha_2}\omega_1,\quad \chi_{21}=\frac{1}{H_2}\frac{\partial\omega_1}{\partial\alpha_2}-\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_2}{\partial\alpha_1}\omega_2,$$
$$\chi_{13}=\frac{1}{H_1}\frac{\partial\omega_3}{\partial\alpha_1},\qquad \chi_{31}=\frac{\partial\omega_1}{\partial z},\qquad \chi_{23}=\frac{1}{H_2}\frac{\partial\omega_3}{\partial\alpha_2},$$
$$\chi_{32}=\frac{\partial\omega_2}{\partial z},\qquad \chi_{33}=\frac{\partial\omega_3}{\partial z},$$

Уравнение стационарной теплопроводности

$$\frac{1}{H_1H_2}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(\frac{H_2}{H_1}\frac{\partial\Theta}{\partial\alpha_1}\right)+\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(\frac{H_1}{H_2}\frac{\partial\Theta}{\partial\alpha_2}\right)\right]+\frac{\partial^2\Theta}{\partial z^2}=0. \tag{1.4}$$

Здесь, $\hat{\sigma},\hat{\mu}$ - тензоры силовых и моментных напряжений; $\hat{\gamma},\hat{\chi}$– тензоры деформаций и изгибов–кручений. $\vec{V},\vec{\omega}$ -векторы перемещения и независимого поворота соответственно; Θ -функция температуры, $E,\nu,\left(\mu=\frac{E}{2(1+\nu)}\right),\alpha,\beta,\gamma,\varepsilon$ – упругие постоянные, а α_t -линейный коэффициент температурного расширения микрополярного материала пластинки; $H_1 = A_1$, $H_2 = A_2$ -коэффициенты Ламе криволинейной ортогональной системы координат α_1, α_2, расположенной в серединной плоскости пластинки.

К основным уравнениям микрополярной теории термоупругости (1.1)-(1.4) присоединим соответствующие граничные условия.

На лицевых плоскостях пластинки $z = \pm h$ примем граничные условия первой граничной задачи микрополярной теории упругости :

$$\sigma_{3i} = \pm p_i^{\pm} \ , \sigma_{33} = \pm\, p_3^{\pm}\ ,\ \mu_{3i} = \pm m_i^{\pm},\ \mu_{33} = \pm m_3^{\pm} \tag{1.5}$$

На поверхности края пластинки Σ в зависимости от способа приложения внешней нагрузки или закрепления ее точек, граничные условия записываются в силовых и моментных напряжениях, перемещениях и поворотах или в смешанном виде.

Для температурного поля пластинки как на лицевых плоскостях $z = \pm h$, так и на поверхности края Σ для определенности будем считать заданными значения температурной функции.

Будем предполагать, что толщина пластинки мала по сравнению с другими размерами пластинки в плане. Будем исходить из следующей основной концепции: в статическом случае общее термоупругое состояние тонкого трехмерного тела, образующего пластинку, состоит из внутреннего состояния, охватывающего всю пластинку и пограничных слоев, локализирующихся вблизи поверхности края пластинки Σ. Построение общей прикладной–двумерной теории термоупругости микрополярных упругих тонких пластин тесно связано с построением внутренней задачи.

Считая, что метод гипотез, наряду с чрезвычайной наглядностью, очень быстро и относительно просто для инженерной практики приводит к окончательным результатам, будем строить модель термоупругости микрополярных изотропных тонких пластин на основе метода гипотез. Сами гипотезы будем формулировать на основе результата асимптотического анализа поставленной трехмерной граничной задачи микрополярной теории термоупругости в тонкой трехмерной области пластинки [7].

2. Исходные гипотезы. С учетом качественных результатов [7] асимптотического решения систем уравнений (1.1)-(1.4) с указанными выше граничными условиями и самого процесса асимптотического интегрирования этой граничной задачи, в основу предлагаемой ниже модели микрополярной термоупругости изотропных тонких пластин с независимыми полями перемещений и вращений можем ставить следующие достаточно общие гипотезы [3-6]:

1) В качестве кинематической вводится предположение о линейном распределении компонентов векторов перемещения и независимого поворота по координате z следующего характера:

$$V_i = u_i(\alpha_1,\alpha_2) + z\psi_i(\alpha_1,\alpha_2), \qquad V_3 = w(\alpha_1,\alpha_2), \qquad (i=1,2) \tag{2.1}$$

$$\omega_i = \Omega_i(\alpha_1,\alpha_2), \quad \omega_3 = \Omega_3(\alpha_1,\alpha_2) + z\,\iota(\alpha_1,\alpha_2), \qquad (i=1,2) \tag{2.2}$$

где u_i, w -перемещения точек срединной плоскости по направлениям α_i и z; ψ_i -полные углы поворота нормального к срединной плоскости элемента вокруг оси α_i; Ω_i свободные повороты точек трехмерной пластинки вокруг осей α_i; Ω_3 -поворот точек срединной плоскости вокруг оси z, а ι - интенсивность поворота точек трехмерной пластинки вокруг оси z.

Кинематическая гипотеза (2.1), (2.2) в работах [3-6] названа обобщенной гипотезой Тимошенко в теории микрополярных пластин и оболочек.

К статическим относятся следующие гипотезы :

2) Силовое напряжение σ_{33} в обобщенном законе Гука (1.2) в формулах для γ_{ii} можем пренебрегать относительно силовых нормальных напряжений σ_{ii}; в обобщенном законе Гука (1.2) в формулах для χ_{i3} $(i=1,2)$, моментное напряжение μ_{3i} можно пренебрегать относительно моментного напряжения μ_{i3} (i=1,2);

3) Для определения деформаций, изгибов-кручений, силовых и моментных напряжений, для силовых напряжений σ_{3i} и моментного напряжения μ_{33} сначала примем:

$$\sigma_{3i} = \overset{0}{\sigma}_{3i}(\alpha_1,\alpha_2) \ \ (i=1,2), \quad \mu_{33} = \overset{0}{\mu}_{33}(\alpha_1,\alpha_2) \tag{2.3}$$

После определения указанных величин значения σ_{3i} и μ_{33} определим, соответственно, как сумму значения (2.3) и результата интегрирования первых двух и шестого из (1.1) уравнений равновесия, для которых потребуем условия, чтобы усредненные по толщине пластинки величины были равны нулю;

4) Для температурной функции Θ примем закон линейного изменения по толщине пластинки:

$$\Theta = \Theta_0(\alpha_1,\alpha_2) + z\Theta_1(\alpha_1,\alpha_2), \tag{2.4}$$

Принятые кинематические, статические гипотезы и гипотеза о распределении температурной функции по толщине пластинки позволяют задачу об определении пространственного напряженно-деформированного состояния (НДС) микрополярной пластинки свести к двумерной задаче.

3. Определение компонентов тензоров деформаций и изгибов-кручений. Используя кинематическую гипотезу (2.1), (2.2) для компонентов тензора деформации $\hat{\gamma}$ и тензора изгибов-кручений $\hat{\chi}$, получим:

$$\gamma_{11} = \Gamma_{11}(\alpha_1,\alpha_2) + zK_{11}(\alpha_1,\alpha_2), \qquad \gamma_{12} = \Gamma_{12}(\alpha_1,\alpha_2) + zK_{12}(\alpha_1,\alpha_2),$$

$$\gamma_{22}=\Gamma_{22}(\alpha_1,\alpha_2)+zK_{22}(\alpha_1,\alpha_2),\quad \gamma_{21}=\Gamma_{21}(\alpha_1,\alpha_2)+zK_{21}(\alpha_1,\alpha_2),$$
$$\gamma_{13}=\Gamma_{13}(\alpha_1,\alpha_2),\quad \gamma_{31}=\Gamma_{31}(\alpha_1,\alpha_2), \tag{3.1}$$
$$\gamma_{32}=\Gamma_{32}(\alpha_1,\alpha_2),\quad \gamma_{23}=\Gamma_{23}(\alpha_1,\alpha_2),\quad \gamma_{33}=0,$$

$$\chi_{11}=k_{11}(\alpha_1,\alpha_2),\quad \chi_{12}=k_{12}(\alpha_1,\alpha_2),\quad \chi_{31}=0,$$
$$\chi_{22}=k_{22}(\alpha_1,\alpha_2),\quad \chi_{21}=k_{21}(\alpha_1,\alpha_2),\quad \chi_{32}=0, \tag{3.2}$$
$$\chi_{33}=k_{33}(\alpha_1,\alpha_2),$$

$$\chi_{13}=k_{13}(\alpha_1,\alpha_2)+zl_{13}(\alpha_1,\alpha_2),\quad \chi_{23}=k_{23}(\alpha_1,\alpha_2)+zl_{23}(\alpha_1,\alpha_2), \tag{3.3}$$

где

$$\Gamma_{11}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial u_1}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}u_2,\quad \Gamma_{22}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial u_2}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}u_1,$$
$$\Gamma_{12}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial u_2}{\partial\alpha_1}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}u_1-\Omega_3,\quad \Gamma_{21}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial u_1}{\partial\alpha_2}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}u_2+\Omega_3, \tag{3.4}$$

$$\Gamma_{13}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial w}{\partial\alpha_1}+\Omega_2,\quad \Gamma_{23}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial w}{\partial\alpha_2}-\Omega_1,$$
$$\Gamma_{31}=\psi_1-\Omega_2,\quad \Gamma_{32}=\psi_2+\Omega_1. \tag{3.5}$$

$$K_{11}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial\psi_1}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\psi_2,\quad K_{22}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial\psi_2}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\psi_1,$$
$$K_{12}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial\psi_2}{\partial\alpha_1}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\psi_1-\iota,\quad K_{21}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial\psi_1}{\partial\alpha_2}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\psi_2+\iota, \tag{3.6}$$

$$k_{11}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial\Omega_1}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\Omega_2,\quad k_{22}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial\Omega_2}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\Omega_1,\ k_{33}=\iota,$$
$$k_{12}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial\Omega_2}{\partial\alpha_1}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\Omega_1,\quad k_{21}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial\Omega_1}{\partial\alpha_2}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\Omega_2, \tag{3.7}$$

$$k_{13}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial\Omega_3}{\partial\alpha_1},\quad k_{23}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial\Omega_3}{\partial\alpha_2}, \tag{3.8}$$

$$l_{13}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial\iota}{\partial\alpha_1},\quad l_{23}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial\iota}{\partial\alpha_2} \tag{3.9}$$

4. Определение компонентов тензоров силовых и моментных напряжений. Если иметь в виду физические соотношения (1.2), тогда на основе формул для деформаций, изгибов – кручений (3.1)-(3.3), имея в виду те же статические гипотезы 2)-4), для силовых и моментных напряжений получим:

$$\sigma_{11}=\frac{E}{1-\nu^2}\left[\Gamma_{11}+\nu\ \Gamma_{22}-(1+\nu)\alpha_t\Theta_0\right]+z\frac{E}{1-\nu^2}\left[\mathrm{K}_{11}+\nu\ \mathrm{K}_{22}-(1+\nu)\alpha_t\Theta_1\right],$$

$$\sigma_{22}=\frac{E}{1-\nu^2}\left[\nu\ \Gamma_{11}+\Gamma_{22}-(1+\nu)\alpha_t\Theta_0\right]+z\frac{E}{1-\nu^2}\left[\nu\ \mathrm{K}_{11}+\mathrm{K}_{22}-(1+\nu)\alpha_t\Theta_1\right],$$

$$\sigma_{12}=\left[(\mu+\alpha)\Gamma_{12}+(\mu-\alpha)\Gamma_{21}\right]+z\left[(\mu+\alpha)\mathrm{K}_{12}+(\mu-\alpha)\mathrm{K}_{21}\right],\tag{4.1}$$

$$\sigma_{21}=\left[(\mu+\alpha)\Gamma_{21}+(\mu-\alpha)\Gamma_{12}\right]+z\left[(\mu+\alpha)\mathrm{K}_{21}+(\mu-\alpha)\mathrm{K}_{12}\right],$$

$$\sigma_{13}=(\mu+\alpha)\Gamma_{13}+(\mu-\alpha)\Gamma_{31},\qquad \sigma_{23}=(\mu+\alpha)\Gamma_{23}+(\mu-\alpha)\Gamma_{32},$$

$$\overset{0}{\sigma}_{31}=(\mu+\alpha)\Gamma_{31}+(\mu-\alpha)\Gamma_{13},\qquad \overset{0}{\sigma}_{32}=(\mu+\alpha)\Gamma_{32}+(\mu-\alpha)\Gamma_{23}.\tag{4.2}$$

$$\sigma_{31}=\overset{0}{\sigma}_{31}(\alpha_1,\alpha_2)+\left(\frac{h^2}{6}-\frac{z^2}{2}\right)\left[\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2\overset{1}{\sigma}_{11}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1\overset{1}{\sigma}_{21}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\overset{1}{\sigma}_{12}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\overset{1}{\sigma}_{22}\right]-z\left[\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2\overset{0}{\sigma}_{11}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1\overset{0}{\sigma}_{21}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\overset{0}{\sigma}_{12}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\overset{0}{\sigma}_{22}\right],$$

$$\sigma_{32}=\overset{0}{\sigma}_{32}(\alpha_1,\alpha_2)+\left(\frac{h^2}{6}-\frac{z^2}{2}\right)\left[\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2\overset{1}{\sigma}_{12}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1\overset{1}{\sigma}_{22}\right)+\right.\tag{4.3}$$

$$\left.+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\overset{1}{\sigma}_{21}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\overset{1}{\sigma}_{11}\right]-z\left[\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2\overset{0}{\sigma}_{12}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1\overset{0}{\sigma}_{22}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\overset{0}{\sigma}_{21}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\overset{0}{\sigma}_{11}\right],$$

$$\sigma_{33}=-z\left(\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2\sigma_{13}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1\sigma_{23}\right)\right)+\overset{0}{\sigma}_{33}(\alpha_1,\alpha_2)=$$

$$=z\frac{p_3^+ + p_3^-}{2h}+\frac{p_3^+ - p_3^-}{2},$$

$$\mu_{11}=(\beta+2\gamma)k_{11}+\beta(k_{22}+k_{33}),\qquad \mu_{22}=(\beta+2\gamma)k_{22}+\beta(k_{11}+k_{33}),$$

$$\overset{0}{\mu}_{33}=(\beta+2\gamma)k_{33}+\beta(k_{11}+k_{22}),\tag{4.4}$$

$$\mu_{12}=(\gamma+\varepsilon)k_{12}+(\gamma-\varepsilon)k_{21},\qquad \mu_{21}=(\gamma+\varepsilon)k_{21}+(\gamma-\varepsilon)k_{12},$$

$$\mu_{13}=\frac{4\gamma\varepsilon}{\gamma+\varepsilon}k_{13}+z\frac{4\gamma\varepsilon}{\gamma+\varepsilon}l_{13}\qquad \mu_{23}=\frac{4\gamma\varepsilon}{\gamma+\varepsilon}k_{23}+z\frac{4\gamma\varepsilon}{\gamma+\varepsilon}l_{23}\tag{4.5}$$

$$\mu_{31} = -z\left[\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2\mu_{11}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1\mu_{21}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\mu_{12}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\mu_{22}+\left(\sigma_{23}-\overset{0}{\sigma}_{32}\right)\right]+\overset{0}{\mu}_{31}(\alpha_1,\alpha_2)=z\frac{m_1^+ + m_1^-}{2h}+\frac{m_1^+ - m_1^-}{2}$$

(4.6)

$$\mu_{32} = -z\left[\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2\mu_{12}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1\mu_{22}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\mu_{21}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\mu_{11}+\left(\overset{0}{\sigma}_{31}-\sigma_{13}\right)\right]+\overset{0}{\mu}_{32}(\alpha_1,\alpha_2)=z\frac{m_2^+ + m_2^-}{2h}+\frac{m_2^+ - m_2^-}{2}$$

$$\mu_{33} = \overset{0}{\mu}_{33}(\alpha_1,\alpha_2)+\left(\frac{h^2}{6}-\frac{z^2}{2}\right)\left[\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2\overset{1}{\mu}_{13}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1\overset{1}{\mu}_{23}\right)+\right.$$

$$\left.+\left(\overset{1}{\sigma}_{12}-\overset{1}{\sigma}_{21}\right)\right]-z\left[\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2\overset{0}{\mu}_{13}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1\overset{0}{\mu}_{23}\right)+\left(\overset{0}{\sigma}_{12}-\overset{0}{\sigma}_{21}\right)\right] \quad (4.7)$$

Здесь $\overset{0}{\sigma}_{11},\overset{0}{\sigma}_{22},\overset{0}{\sigma}_{12},\overset{0}{\sigma}_{21},\overset{0}{\mu}_{13},\overset{0}{\mu}_{23}$ – постоянная часть, а $\overset{1}{\sigma}_{11},\overset{1}{\sigma}_{22},\overset{1}{\sigma}_{12},\overset{1}{\sigma}_{21},\overset{1}{\mu}_{13},\overset{1}{\mu}_{23}$ – линейная часть от поперечной координаты z в соотношениях (4.1) и (4.5) соответственно.

5. Усредненные усилия, моменты и гипермоменты. С целью приведения трехмерной задачи микрополярной термоупругости для тонкой пластинки к двумерной, что уже выполнено для деформаций, изгибов–кручений, силовых и моментных напряжений, вводим статически эквивалентные им интегральные характеристики-усилия, моменты и гипермоменты:

$$T_{11}=\int_{-h}^{h}\sigma_{11}dz\ ,\ T_{22}=\int_{-h}^{h}\sigma_{22}dz\ ,\quad S_{12}=\int_{-h}^{h}\sigma_{12}dz\ ,\quad S_{21}=\int_{-h}^{h}\sigma_{21}dz\ , \quad (5.1)$$

$$N_{13}=\int_{-h}^{h}\sigma_{13}dz\ ,\quad N_{23}=\int_{-h}^{h}\sigma_{23}dz\ ,\ N_{31}=\int_{-h}^{h}\sigma_{31}dz\ ,\quad N_{32}=\int_{-h}^{h}\sigma_{32}dz\ , \quad (5.2)$$

$$M_{11}=\int_{-h}^{h}z\sigma_{11}dz\ ,\qquad M_{22}=\int_{-h}^{h}z\sigma_{22}dz\ ,M_{12}=\int_{-h}^{h}z\sigma_{12}dz\ ,M_{21}=\int_{-h}^{h}z\sigma_{21}dz\ , \quad (5.3)$$

$$L_{11}=\int_{-h}^{h}\mu_{11}dz\ ,\quad L_{22}=\int_{-h}^{h}\mu_{22}dz\ ,\ L_{12}=\int_{-h}^{h}\mu_{12}dz\ ,\quad L_{21}=\int_{-h}^{h}\mu_{21}dz\ , \quad (5.4)$$

$$L_{33}=\int_{-h}^{h}\mu_{33}dz \quad , \qquad L_{13}=\int_{-h}^{h}\mu_{13}dz \quad , \qquad L_{23}=\int_{-h}^{h}\mu_{23}dz \quad , \tag{5.5}$$

$$\Lambda_{13}=\int_{-h}^{h}z\mu_{13}dz \quad , \qquad \Lambda_{23}=\int_{-h}^{h}z\mu_{23}dz \quad . \tag{5.6}$$

6. Основные уравнения и граничные условия прикладной теории термоупругости микрополярных изотропных тонких пластин с независимыми полями перемещений и вращений.

Уравнения равновесия в двумерном случае получим из равенств, определяющих силовые напряжения $\sigma_{31},\sigma_{32},\sigma_{33}$ и моментные напряжения $\mu_{31},\mu_{32},\mu_{33}$, в результате удовлетворения статических граничных условий (1.5) на лицевых плоскостях пластинки $z=\pm h$. Отметим, что система двумерных уравнений равновесия распадается на две отдельные системы - для задачи изгиба и обобщенного плоского напряженного состояния.

Физические соотношения термоупругости получим на основании формул (5.1)-(5.6) для усредненных усилий, моментов и гипермоментов с использованием соответствующих формул (4.1)-(4.7) для силовых и моментных напряжений.

Основная система уравнений задачи термоупругого изгиба микрополярных тонких пластин с независимыми полями перемещений и вращений будет выражатся так:

Уравнения равновесия

$$\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2N_{13}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1N_{23}\right)=-\left(p_3^{+}+p_3^{-}\right)$$

$$\mathrm{N}_{31}-\left(\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2M_{11}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1M_{21}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}M_{12}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}M_{22}\right)=$$
$$=h\left(p_1^{+}-p_1^{-}\right)$$

$$\mathrm{N}_{32}-\left(\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2M_{12}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1M_{22}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}M_{21}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}M_{11}\right)=$$
$$=h\left(p_2^{+}-p_2^{-}\right)$$

$$\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2L_{11}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1L_{21}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}L_{12}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}L_{22}+ \tag{6.1}$$
$$+\left(N_{23}-N_{32}\right)=-\left(m_1^{+}+m_1^{-}\right)$$

$$\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2L_{12}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1L_{22}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}L_{21}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}L_{11}+$$
$$+\left(N_{31}-N_{13}\right)=-\left(m_2^{+}+m_2^{-}\right)$$
$$L_{33}-\left(\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2\Lambda_{13}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1\Lambda_{23}\right)+(M_{12}-M_{21})\right)=h\left(m_3^{+}-m_3^{-}\right)$$

Физические соотношения термоупругости

$$N_{13}=2h(\mu+\alpha)\Gamma_{13}+2h(\mu-\alpha)\Gamma_{31},\qquad N_{23}=2h(\mu+\alpha)\Gamma_{23}+2h(\mu-\alpha)\Gamma_{32},$$
$$N_{31}=2h(\mu+\alpha)\Gamma_{31}+2h(\mu-\alpha)\Gamma_{13},\qquad N_{32}=2h(\mu+\alpha)\Gamma_{32}+2h(\mu-\alpha)\Gamma_{23},$$
$$M_{11}=\frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)}\left[K_{11}+\nu K_{22}-(1+\nu)\alpha_t\Theta_1\right],M_{12}=\frac{2h^3}{3}\left[(\mu+\alpha)K_{12}+(\mu-\alpha)K_{21}\right],$$
$$M_{22}=\frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)}\left[\nu K_{11}+K_{22}-(1+\nu)\alpha_t\Theta_1\right],M_{21}=\frac{2h^3}{3}\left[(\mu+\alpha)K_{21}+(\mu-\alpha)K_{12}\right]\quad(6.2)$$
$$L_{11}=2h\left[(\beta+2\gamma)k_{11}+\beta(k_{22}+k_{33})\right],\qquad L_{22}=2h\left[(\beta+2\gamma)k_{22}+\beta(k_{11}+k_{33})\right],$$
$$L_{12}=2h\left[(\gamma+\varepsilon)k_{12}+(\gamma-\varepsilon)k_{21}\right],\qquad L_{21}=2h\left[(\gamma+\varepsilon)k_{21}+(\gamma-\varepsilon)k_{12}\right],$$
$$L_{33}=2h\left[(\beta+2\gamma)k_{33}+\beta(k_{11}+k_{22})\right],$$
$$\Lambda_{13}=\frac{2h^3}{3}\frac{4\gamma\varepsilon}{\gamma+\varepsilon}l_{13},\qquad \Lambda_{23}=\frac{2h^3}{3}\frac{4\gamma\varepsilon}{\gamma+\varepsilon}l_{23}.$$

Геометрические соотношения

$$\Gamma_{13}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial w}{\partial\alpha_1}+\Omega_2,\qquad \Gamma_{23}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial w}{\partial\alpha_2}-\Omega_1,$$
$$\Gamma_{31}=\psi_1-\Omega_2,\qquad \Gamma_{32}=\psi_2+\Omega_1,$$
$$K_{11}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial\psi_1}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\psi_2,\qquad K_{22}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial\psi_2}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\psi_1,$$
$$K_{12}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial\psi_2}{\partial\alpha_1}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\psi_1-\iota,\quad K_{21}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial\psi_1}{\partial\alpha_2}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\psi_2+\iota,\qquad(6.3)$$
$$k_{11}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial\Omega_1}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\Omega_2,\qquad k_{22}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial\Omega_2}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\Omega_1,\quad k_{33}=\iota,$$
$$k_{12}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial\Omega_2}{\partial\alpha_1}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\Omega_1,\qquad k_{21}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial\Omega_1}{\partial\alpha_2}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\Omega_2,$$
$$l_{13}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial\iota}{\partial\alpha_1},\qquad l_{23}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial\iota}{\partial\alpha_2}.$$

К системе уравнений (6.1)-(6.3) присоединим граничные условия (при $\alpha_1=const$) [5,6]:

$M_{11}=M_{11}^*$ или $K_{11}=K_{11}^*$; $M_{12}=M_{12}^*$ или $K_{12}=K_{12}^*$,

$N_{13} = N_{13}^*$ или $w = w^*$; (6.4)

$L_{11} = L_{11}^*$ или $k_{11} = k_{11}^*$; $L_{12} = L_{12}^*$ или $k_{12} = k_{12}^*$; $\Lambda_{13} = \Lambda_{13}^*$

или $l_{13} = l_{13}^*$.

Система уравнений (6.1)-(6.3) и граничные условия (6.4) представляют собой математическую модель термоупругой изгибной деформации микрополярных изотропных тонких пластин.

Основная система уравнений плоской задачи термоупругости микрополярных тонких пластин с независимыми полями перемещений и вращений будет выражаться так:

Уравнения равновесия

$$\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2T_{11}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1S_{21}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}S_{12}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}T_{22}= =-\left(p_1^+ + p_1^-\right),$$

$$\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2S_{12}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1T_{22}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}S_{21}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}T_{11}= =-\left(p_2^+ + p_2^-\right), \qquad (6.5)$$

$$\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(A_2L_{13}\right)+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(A_1L_{23}\right)+S_{12}-S_{21}=-\left(m_3^+ + m_3^-\right).$$

Физические соотношения термоупругости

$$T_{11}=\frac{2Eh}{1-\nu^2}\left[\Gamma_{11}+\nu\Gamma_{22}-(1+\nu)\alpha_t\Theta_0\right],\quad T_{22}=\frac{2Eh}{1-\nu^2}\left[\nu\Gamma_{11}+\Gamma_{22}-(1+\nu)\alpha_t\Theta_0\right],$$

$$S_{12}=2h\left[(\mu+\alpha)\Gamma_{12}+(\mu-\alpha)\Gamma_{21}\right],\qquad S_{21}=2h\left[(\mu+\alpha)\Gamma_{21}+(\mu-\alpha)\Gamma_{12}\right], \qquad (6.6)$$

$$L_{13}=2h\frac{4\gamma\varepsilon}{\gamma+\varepsilon}k_{13},\qquad L_{23}=2h\frac{4\gamma\varepsilon}{\gamma+\varepsilon}k_{23}.$$

Геометрические соотношения

$$\Gamma_{11}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial u_1}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}u_2,\qquad \Gamma_{22}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial u_2}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}u_1,$$

$$\Gamma_{12}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial u_2}{\partial\alpha_1}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}u_1-\Omega_3,\quad \Gamma_{21}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial u_1}{\partial\alpha_2}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}u_2+\Omega_3, \qquad (6.7)$$

$$k_{13}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial\Omega_3}{\partial\alpha_1},\qquad k_{23}=\frac{1}{A_2}\frac{\partial\Omega_3}{\partial\alpha_2}.$$

К системе уравнений (6.5)-(6.7) присоединим следующие граничные условия $(\alpha_1 = const)$ [5,6]:

$T_{11} = T_{11}^*$ или $u_1 = u_1^*$; $S_{12} = S_{12}^*$ или $u_2 = u_2^*$; $L_{13} = L_{13}^*$

или $k_{13} = k_{13}^{*}$, (6.8)

Система уравнений (6.5)-(6.7) и граничные условия (6.8) представляют собой математическую модель обобщенного плоского напряженного состояния термоупругости микрополярных тонких пластин.

Заключение. Основные результаты работы: 1) построена математическая модель изгибной термоупругой деформации микрополярных тонких пластин; 2) построена математическая модель термоупругости обобщенного плоского напряженного состояния микрополярных тонких пластин.

В дальнейшем на основе построенных прикладных моделей будут изучаться некоторые конкретные задачи термоупругого деформирования микрополярных пластин.

Ն. Ս. Ասլանյան

Միկրոպոլյար իզոտրոպ բարակ սալերի ջերմաառաձգականության հիմնական հավասարումները

Աշխատանքում վարկածների մեթոդի հիման վրա կառուցված է իզոտրոպ բարակ սալերի ջերմաառաձգականության անկախ տեղափոխություններով և պտույտներով մաթեմատիկական մոդելը:

N. S. Aslanyan

General Equations of Thermo Elasticity of Micropolar Isotropic Elastic Thin Plates

In the present paper model of thermo elasticity of micropolar isotropic elastic thin plates with free fields of displacements and rotations is constructed on the basis of hypotheses method.

Литература

1. Саркисян С.О. Микрополярная теория тонких стержней, пластин и оболочек// Известия НАН Армении. Механика. 2005. Т. 58. №2. С. 84-95.
2. Altenbach J., Altenbach H., Eremeyev V. A. 2009. “On generalized Cosserat-tape theories of plates and shells:a short review and bibliography”.//Arch. Mech (Special Issue) DOI 10. 1007/s 00419-009-0365-3. Springer-Verlag.
3. Sargsyan S.H. Effective Manifestations of Characteristics of Strength and Rigidity of Micropolar Elastic Thin Bars// Journal of Materials Science and Engineering. 2012. Vol.2. N1. P.98-108.
4. Саркисян С.О. Математическая модель микрополярных упругих тонких пластин и особенности их прочностных и жесткостных характеристик //Прикладная механика и техническая физика. 2012. Т. 53. Вып. 2. С. 148-156.
5. Sargsyan S.H. Mathematical Models of Micropolar Elastic Thin Shells// Advanced Structured Materials. Shell-like Structures. Non-classical Theories and Applications. Springer.2011.Vol. 15. P.91-100.
6. Саркисян С.О. Общая теория микрополярных упругих тонких оболочек.// Физическая мезомеханика. 2011. Т. 14. . №1. С. 55-66.

7. Варданян С.А., Саркисян С.О. Асимптотический анализ уравнений и граничных условий термоупругости микрополярных тонких пластин// Известия НАН Армении. Механика. 2007. Т. 60. № 3 . С.64-77.
8. Sargsyan S.H. Mathematical Models of Thermoelasticiti of Micropolar Elastic Thin Shells // 9 th International Congress on Thermal Stresses 2011, June 5-9, Budapest. Budapest University of Technology and Economics and Hungarian Academy of Sciences.
9. Nowacki W. Couple-Stresses in the Theory of Thermoelasticity// Irreversible Aspects of Continuum Mechanics and Transfer of Physical Characteristics in Moving Fluids// IUTAM Symposia.Vienna,1966.Editors H.Parkus, L.I.Sedov. Springer-Verlag.Wien.New York. 1966. P.259-278.

Сведения об авторе:
Асланян Наира Самвеловна *- Учительница математики Гюмрийского Академического лицея. Соискатель каф. мат. анализа и дифференциальных уравнений Гюмрийского государственного педагогического института им. М. Налбандяна.*
E-mail: asnaira73@mail.ru

Поступило в редакцию 23.05.2012